

# Rozwarcie rys ukośnych w przypodporowej strefie belek wykonanych z betonu wysokowartościowego (BWW)

Tadeusz Ciężak\*, Daniel Wałach\*\*

\* Politechnika Lubelska, e-mail: t.ciezak@pollub.pl

\*\* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, e-mail: walach@agh.edu.pl

**Streszczenie:** W niniejszej pracy przedstawiono propozycję metody obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych elementów wykonanych z betonu wysokowartościowego, przy wykorzystaniu głównych założeń modelu obliczeniowego (kratownica zastępcza) stosowanego w przepisach normowych dotyczących ścinania. W pracy zostały opisane przeprowadzone przez autora badania. Przedstawiono program badań, opis ich realizacji i wyniki podczas badań elementów belkowych i badań przyczepności. Przeprowadzono analizę uzyskanych wyników oraz porównanie z wynikami analizy teoretycznej opartej o przepisy normowe. W ostatniej części pracy zaprezentowano propozycję własną metody obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych elementów wykonanych z betonów wysokowartościowych. Dokonano również porównania wyników obliczeniowych uzyskanych na podstawie proponowanej metodyki zarówno z wynikami badań własnych jak i wynikami badań zaczerpniętych z literatury.

**Słowa kluczowe:** rysy ukośne, beton wysokowartościowy.

## 1. Wprowadzenie

Nieustanny rozwój technologii betonu zaowocował w ostatnich dziesięcioleciach powstaniem betonów nowej generacji w tym betonów wysokowartościowych, które są odpowiedzią na konieczność uwzględnienia w procesach budowlanych dodatkowych czynników związanych m.in. ze zwiększonymi wymaganiami co do trwałości konstrukcji oraz szeroko pojętym rozwojem zrównoważonym. Dynamiczny rozwój betonów nowej generacji spowodowany jest także istotną zmianą podejścia inwestorów, a tym samym projektantów do pojęcia trwałości konstrukcji. W ostatnich czasach rozwinęła się nawet nowa dziedzina projektowania betonu – technologia trwałości (*durability technology*) (Kaszyńska [1]). Zastosowanie betonów nowej generacji powoduje znaczący wzrost trwałości konstrukcji, która niejednokrotnie może być dwukrotnie większa w porównaniu z betonami zwykłymi.

Betony wysokowartościowe charakteryzują się znacznie lepszymi własnościami mechanicznymi i przede wszystkim większą trwałością w porównaniu do betonów zwykłych, stąd wykorzystywane są obecnie przez wszystkich uczestników procesu inwestycyjnego. Nie bez znaczenia jest również fakt innego przebiegu mechanizmu zniszczenia tych betonów, co wpływa bezpośrednio na nośność oraz stan zarysowania konstrukcji. Jednak na dzień dzisiejszy projektanci stają przed problemem

związanym z brakiem jednoznacznych wytycznych wymiarowania konstrukcji wykonanych z BWW. Aktualne krajowe przepisy normowe (PN:2002) [2] nie uwzględniają tego typu betonów, przy czym w literaturze krajowej można już spotkać wytyczne dotyczące projektowania w zakresie stanu granicznego nośności konstrukcji z betonów wysokowartościowych. Znacznie lepiej problem ten został rozwiązany w zapisach Eurokodu 2 (EC:2004) [3], które dotyczą również BWW. Jednak w zakresie stanu granicznego użytkowności, a szczególnie rozwarcia rys ukośnych, przepisy EC:2004 wydają się być kontrowersyjne, ponieważ nie stawia się w nich żadnych wymagań dotyczących konieczności obliczania szerokości rozwarcia rys ukośnych. Nabiera to szczególnego znaczenia w konstrukcjach wykonanych z BWW, wobec których stawiane są znacznie wyższe wymagania co do trwałości.

Większość norm podaje zależności, na podstawie których można określić rozwarcie rys ukośnych, przy czym tak jak w PN:2002, przedstawione metody obliczania oparto na zupełnie innych modelach teoretycznych niż przy sprawdzaniu stanu granicznego ścinania, który jest ściśle związany ze zjawiskiem zarysowania ukośnego.

Głównym celem niniejszej pracy było opracowanie metody obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych elementów wykonanych z betonu wysokowartościowego, przy wykorzystaniu głównych założeń modelu obliczeniowego (kratownica zastępcza) stosowanego w przepisach normowych dotyczących ścinania. Mając świadomość złożoności analizowanej problematyki oraz wpływu wielu czynników na stan zarysowania konstrukcji żelbetowych można postawić tezę, iż model kratownicy płaskiej oraz teoria poślizgu *Kripsa* [4] stwarzają możliwości opracowania metody obliczania rozwarcia rys ukośnych w przypodporowej strefie belek wykonanych z BWW.

Zakres pracy obejmował przeprowadzenie badań doświadczalnych na elementach belkowych wykonanych z BWW w skali naturalnej. Uzyskane wyniki badań (obraz stanu zarysowania) strefy przypodporowej zostały wykorzystane do weryfikacji proponowanej metody obliczania rozwarcia rys ukośnych. Przeprowadzono również badania przyczepności metodą pull-out mające na celu określenie tzw. parametrów przyczepności betonów wysokowartościowych, co zostanie wykorzystane w proponowanym modelu obliczeniowym.

Zaprezentowano także propozycję własną metody obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych elementów wykonanych z betonów wysokowartościowych. Dokonano również porównania wyników obliczeniowych uzyskanych na podstawie proponowanej metodyki zarówno z wynikami badań własnych jak i wynikami badań zaczerpniętych z literatury.

Należy zauważyć, że metoda obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych elementów żelbetowych powinna w należyty sposób odwzorowywać zjawisko zarysowania oraz charakterystyczne zjawiska związane ze ścinaniem.

## **2. Badania własne**

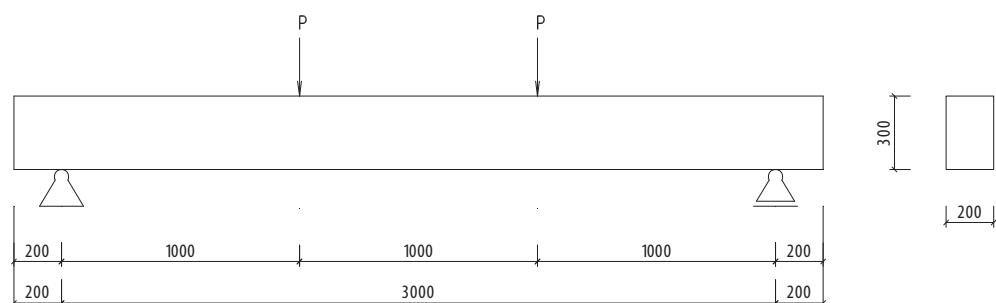
### **2.1. Założenia ogólne, program i realizacja badań**

Głównym celem badań było uzyskanie wyników doświadczalnych stanu zarysowania (rozwarcie, rozstaw i kąty pochylenia rys ukośnych) w przypodporowej

strefie belek wykonanych z betonu wysokowartościowego. Chcąc zrealizować założone cele badawcze przyjęto, że elementami badawczymi będą belki w skali naturalnej o wymiarach przekroju poprzecznego  $20 \times 30$  cm i długości 3,0 m mierzonej między osiami podpór, przy całkowitej długości belek równej 3,4 m (Rys. 1).

Równocześnie z elementami belkowymi wykonano sześciennie oraz walcowe próbki betonowe. Na próbkach sześciennych  $150 \times 150 \times 150$  mm określono wytrzymałość kostkową na ściskanie i rozciąganie metodą rozłupywania. Natomiast na próbkach walcowych  $\varnothing 150 \times 300$  mm określono wytrzymałość na ściskanie oraz moduł sprężystości. Należy zaznaczyć, że sposób zagęszczania i warunki dojrzewania betonu w elementach badawczych i próbkach były jednakowe.

Zbadano łącznie cztery belki o tym samym stopniu zbrojenia i wykonane z tej samej klasy betonu, przy czym pierwsza z nich BP-1 była belką próbną, dzięki której przeprowadzono badanie mające na celu przetestowanie i wyskalowanie urządzeń wywołujących obciążenie oraz aparatury pomiarowej. W pozostałych belkach badawczych zastosowano dodatkowo opomiarowanie zbrojenia podłużnego i poprzecznego oraz betonu w strefie przypodporowej za pomocą tensometrów elektrooporowych.



Rys. 1. Geometria belek badawczych.

Fig. 1. Geometry features of testing beams.

Wykonano także badania mające na celu określenie cech wytrzymałościowych stali zbrojeniowej, przy czym próbki zastosowanej stali na zbrojenie podłużne pobierano bezpośrednio z belek odcinając wystające odcinki prętów zbrojenia głównego, a próbki stali zastosowanej na zbrojenie poprzeczne wykonano z tych samych prętów co strzemiona.

Ze względu na przewidywane wykorzystania teorii poślizgu zbrojenia *Kripsa* do określenia rozwarcia rys ukośnych w elementach belkowych wykonanych z BWW celowym okazało się także określenie tzw. parametrów przyczepności *N* i *A*. Wykonano zatem badania przyczepności metodą pull-out na próbkach sześciennych  $150 \times 150 \times 150$  mm, w których zabetonowano pręty zbrojeniowe. Przeprowadzone badania pozwoliły określić graniczne wartości naprężeń przyczepności w betonie wysokowartościowym zastosowanym w belkach badawczych. Ze względu na fakt, że do badań przyczepności zastosowano dokładnie te same pręty zbrojeniowe co w belkach, dokonano także analizy wpływu średnicy oraz rodzaju powierzchni prętów na wartość generowanych naprężeń przyczepności.

Wszystkie belki oraz elementy do badań przyczepności wykonano z mieszanki betonowej o tym samym składzie. Podczas realizacji prac badawczych zrezygno-

wano z wykonania samodzielnie mieszanki betonowej ze względu na dużą ilość masy betonowej. Ograniczone możliwości techniczne laboratorium, w którym wykonywano badania spowodowałyby konieczność wykonania elementów badawczych z kilku zarobów, co w przypadku projektowanego betonu wysokowartościowego mogłoby spowodować dość znaczne zmiany jego własności. W celu uniknięcia tych różnic mieszanka użyta do wykonania elementów badawczych została wykonana przez wytwórnę mas betonowych „Contractor” w Krakowie na podstawie projektu wykonanego przez autorów. Projekt składu mieszanki betonowej uwzględniał wyniki wykonanych wcześniejszych badań w zakresie własności BWW. Zaprojektowano mieszankę betonową o wytrzymałości kostkowej na ściskanie 70 MPa. Doświadczalne wartości wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie przez rozłupywanie próbek betonowych oraz modułu sprężystości zestawiono w Tabelcy 1.

Tablica 1. Wyniki badań próbek betonowych.  
Table 1. Mechanical properties of the tested specimens.

Kostkowa średnia wytrzymałość na ściskanie $f_{cm,cube}$	Walcowa średnia wytrzymałość na ściskanie $f_{cm}$	Wytrzymałość średnia na rozciąganie $f_{ctm,sp}$	Średnia wartość modułu sprężystości $E_{cm}$
[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
73,1	59,1	4,1	36684,2

Zbrojenie podłużne belek wykonano ze stali żebrowanej BST500 o nominalnej średnicy 22 mm. Strzemiona wykonano ze stali gładkiej o nominalnej średnicy 8 mm. Wytrzymałościową charakterystykę zastosowanego zbrojenia przedstawia Tablica 2.

Tablica 2. Podstawowe własności stali zbrojeniowej.  
Table 2. Basic properties of the reinforcing bars.

Znak gatunku stali	Nominalna średnica prętów	Granica plastyczności stali $f_y$	Wytrzymałość na rozciąganie stali $f_{tk}$
	[mm]	[MPa]	[MPa]
-	8	342,5	448,5
BST500	22	557,1	658,1

## 2.2. Badania przyczepności

### 2.2.1. Opis badań

Badania przeprowadzono na betonowych próbkach 150×150×150 mm, w których zabetonowano pręty o dwóch średnicach  $\varnothing 8$  mm i  $\varnothing 22$  mm. Wykonano sześć modeli badawczych, które różniły się między sobą:

- średnicą zabetonowanych prętów –  $\varnothing 8$  mm i  $\varnothing 22$  mm,
- rodzajem powierzchni zbrojenia – gładkie, żebrowane,
- kierunkiem ułożenia prętów w czasie betonowania (pręty  $\varnothing 22$  mm).

Stosowano dwie długości zakotwienia prętów, w zależności od średnicy prętów:

- 5 cm w prętach o średnicy 22 mm,
- 4 cm w prętach o średnicy 8 mm.

Długość zakotwienia prętów w betonach wysokowartościowych trzeba było zmniejszyć z uwagi na wielkość siły potrzebnej do wyrwania pręta, przekraczającej siłę zrywającą. Ograniczenie odcinka przyczepności uzyskano stosując rurki z tworzywa sztucznego o odpowiednich długościach w ściśle określonych miejscach betonowanych prętów.

Wszystkie pręty  $\varnothing 8$  mm betonowano w pionowym ustawieniu, zachowując tym samym kierunek zgodny z kierunkiem betonowania. W przypadku prętów  $\varnothing 22$  mm zarówno gładkich jak i żebrowanych przyjęto dwa odmienne modele badawcze:

- równoległy kierunek ułożenia w stosunku do kierunku betonowania,
- prostopadły kierunek ułożenia w stosunku do kierunku betonowania.

Realizacja poszczególnych modeli badawczych pozwoliła na opisanie mechanizmu przyczepności między stalą zbrojeniową a BWW przy uwzględnieniu różnych warunków przyczepności oraz wpływu średnicy i rodzaju powierzchni zbrojenia na wielkość tej przyczepności. Badania wykonano powszechnie znaną metodą pull-out. Przyjęta metodyka badań wynikała z faktu wykorzystania tej metody badawczej przez *Kripsa* w analizie warunków przyczepności zachodzących między stalą a betonem w teorii poślizgu. Pomiary wślizgu prętów dokonywano do momentu wyrwania pręta, czemu towarzyszył jego szybki wysuw.

Przebieg badań oraz obraz zniszczenia – w ramach jednego typu zbrojenia tzn. rodzaju stali i średnicy prętów – były bardzo podobne. Oczywiście różniły się siły, przy których następowała utrata przyczepności oraz pełny wysuw prętów.

Jako kryterium utraty przyczepności przyjęto na podstawie danych literaturowych, wślizg 0,01 mm (wielkość ta nie jest standaryzowana). Na podstawie zarejestrowanej siły odpowiadającej temu przesunięciu oraz maksymalnej siły wyrwującej pręt określono wartości naprężeń przyczepności  $\tau_{0,01}$  i  $\tau_b$ .

Uzyskane średnie wyniki badań zestawiono w Tabelicy 3, gdzie przedstawiono je w postaci naprężeń:  $\tau_{0,01}$  – w chwili naruszenia równowagi i  $\tau_b$  – w chwili wyrwania pręta. Przyjęto następującą procedurę oznaczania próbek:

- PG/PZ – odpowiednio próbka ze stalą gładką/żebrowaną,
- 8/22 – odpowiednio średnica pręta  $\varnothing 8/\varnothing 22$  mm,
- P/R – kierunek ułożenia pręta względem kierunku betonowania, odpowiednio prostopadły/równoległy,

Naprężenia przyczepności  $\tau_{0,01}$  i  $\tau_b$  w strefie zakotwienia obliczano jako średnie ze wzoru:

$$\tau_b = \frac{P}{l_k \cdot u_s}, \quad (1)$$

gdzie:  $P$  – średnia siła w przecię,  $l_k$  – długość zakotwienia,  $u_s$  – obwód pręta.

Tablica 3. Zestawienie wyników badań przyczepności.

Table 3. Statement of the results bond stress.

Model	Nr próbki	$\tau_{0,01}$ [MPa]	$\tau_b$ [MPa]	$\tau_{0,01}/\tau_b$
1	PG/8/R	5,40	9,74	0,55
2	PZ/8/R	9,62	26,67	0,36
3	PG/22/R	7,02	9,34	0,75
4	PZ/22/R	10,99	24,02	0,45
5	PG/22/P	6,42	8,33	0,77
6	PZ/22/P	10,82	20,08	0,54

### 2.2.2. Analiza wyników badań przyczepności

Przeprowadzone badania przyczepności pozwoliły na wykonanie analizy, na podstawie której określono tzw. parametry przyczepności  $A$  i  $N$  badanego betonu wysokowartościowego. Obliczenia przeprowadzono za pomocą programu STATISTICA 6.0, gdzie określając wartości średnie poślizgu  $\Delta$  na poszczególnych rodzajach prętów wykonano estymację nieliniową metodą najmniejszych kwadratów. Wyznaczone parametry przyczepności  $A$  i  $N$  w poszczególnych modelach badawczych zestawiono w Tablicy 4.

Tablica 4. Doświadczalnie wyznaczone parametry przyczepności.

Table 4. The experimental bond stress parameters.

Pręty	Nr próbki/model badawczy	Parametry przyczepności			
		$A$ [cm <sup>-N</sup> ]	$A_{sr}$ [cm <sup>-N</sup> ]	$N$	$N_{sr}$
gładkie	PG/8/R	0,2097		0,1952	
	PG/22/R	0,2904	0,2727	0,2308	0,2267
	PG/22/P	0,3181		0,2542	
żebrowane	PZ/8/R	0,6645		0,3177	
	PZ/22/R	0,7598	0,6797	0,2997	0,2971
	PZ/22/P	0,6147		0,2736	

Wyznaczone wartości parametrów  $A$  i  $N$  są większe od określonych w badaniach własnych *Kripsa*, co jest spowodowane większą przyczepnością występującą w betonach wysokowartościowych. Zarówno *Kripsa* jak i zalecenia CEB nie uwzględniają lub pomijają wpływ średnicy prętów na generowane naprężenia przyczepności. Stąd pomimo wykazanej w przeprowadzonych badaniach nieco odmiennej charakterystyki przebiegu zależności  $\tau_b - \Delta$  w zależności od średnicy zbrojenia oraz kierunku ułożenia prętów, przyjęto stałe wartości parametrów  $A$  i  $N$  jako wartości średnie z przeprowadzonych estymacji nieliniowych. Przyjmowanie średnich wartości analizowanych parametrów znacznie ułatwia ich porównywanie i interpretację z wartościami odpowiadającymi betonom zwykłym. Uwzględniając za EC:2004, warunki przyczepności związane z powierzchnią zastosowanych prętów oraz ich ułożeniem w elementach konstrukcyjnych, przyjęto w badanym betonie następujące wartości współczynników:

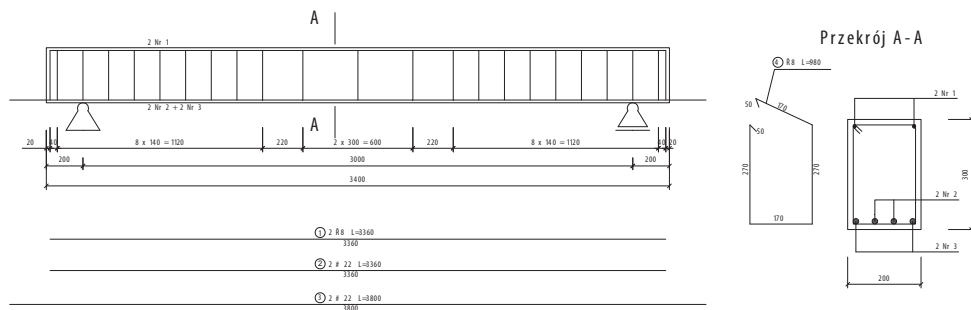
- „dobra przyczepność”  $N = 0,2971$   $A = 0,6797 \text{ cm}^{-0,2971}$ ,
- „średnia przyczepność”  $N = 0,2267$   $A = 0,2727 \text{ cm}^{-0,2267}$ .

## 2.3. Badania belek

### 2.3.1. Opis badań

Elementy badawcze zaprojektowano zgodnie z PN:2002. Założono, że stan graniczny nośności zostanie osiągnięty w strefie przypodporowej (osiągnięcie granicy plastyczności przez naprężenia w zbrojeniu poprzecznym), co oznacza przebrojenie belek ze względu na moment zginający.

Schemat zastosowanego zbrojenia belek przedstawiono na Rys. 2.



Rys. 2. Zbrojenie belek.

Fig. 2. Geometry and reinforcement arrangement beams.

W wybranych miejscach zbrojenia podłużnego i poprzecznego belek badawczych usytuowano tensometry elektrooporowe w celu określenia jednostkowych odkształceń prętów zbrojenia wywołanych działającym obciążeniem. Ze względu na założone cele badawcze pomiar odkształceń zbrojenia ograniczono jedynie do stref przypodporowych belek. Na pomalowanych na biało powierzchniach bocznych belek naniesiono siatkę geometryczną, która umożliwiała precyzyjną lokalizację i opis powstających rys. Poziome linie siatki naniesione zostały w odległościach co 5,0 cm. Najniższa pozioma linia siatki pokrywała się z górną powierzchnią zbrojenia podłużnego. Linie pionowe naniesione były w odległościach co 10 cm.

Obciążenie z siłownika przekazywano na belkę za pomocą stalowego trawersu, który generował obciążenie w postaci dwóch sił skupionych. Obciążenie stalowego trawersu, a tym samym belek przykładano etapami. Uwzględniając zarówno charakter urządzenia obciążającego oraz wartości teoretycznego obciążenia niszczącego przyjęto następujące skoki obciążenia przekazywanego na belkę  $P = 3, 5, 10, 30, 60, 90, 120, 150, 180$  kN. Pierwsze etapy obciążenia zagęszczono w celu precyzyjnego określenia obciążenia rysującego.

Przy kolejnych etapach obciążenia wykonywano pomiar rozwarcia rys prostopadłe do ich kierunku i rejestrację ich rozmieszczenia. Pomiar rozwarcia wykonywano mikroskopem *Brinella* o dokładności odpowiadającej wartości najmniejszej działce na skali wynoszącej 0,05 mm. Ze względu na utrudniony dostęp, rozwarcie rys mierzono jedynie na jednej powierzchni bocznej belek. Pomiarów rozwarcia rys i rejestrację ich rozmieszczenia dokonywano równoległe z odczytami odkształceń zbrojenia i betonu (na tych samych poziomach obciążenia). Rejestracja odkształceń dokonywana była w sposób ciągły poprzez wzmacniacz pomiarowy oraz trwały zapis na komputerach.

Pomiary rozwarcia, kątów pochylenia i rozstawu rys dokonywano na całej długości belek z uwzględnieniem także odcinków wyłącznego występowania momentu zginającego.

### 2.3.2. Obciążenie rysujące, niszczące i naprężenia w zbrojeniu

Wyznaczone doświadczalnie wartości momentów rysujących wskazują, że dobrą zgodność wyników z obliczeniami uzyskuje się na drodze wykorzystania nieliniowej mechaniki pęknięcia. Określając wartość momentu rysującego według założeń nieliniowej mechaniki pęknięcia skorzystano z zależności:

$$M_{cr} = \kappa \cdot f_{ctm} \cdot W_e, \quad (2)$$

która uwzględnia wpływ wymiaru elementu i parametrów betonu związanych z procesem jego pęknięcia. W celu wyznaczenia współczynnika  $\kappa$  wyrażającego iloraz wytrzymałości betonu na rozciąganie przy zginaniu do wytrzymałości na rozciąganie osiowe, posłużono się diagramami *Peterssona* (Hillerborg i in. [5]). Wartość energii pęknięcia  $G_f$  danej klasy betonu ze względu na brak wartości doświadczalnych odczytano z zaleceń międzynarodowych CEB-FIP MC 1990 [6], a dynamiczny moduł sprężystości na rozciąganie przyjęto za większość opracowań naukowych równą wartości modułu przy ściskaniu. Wartości obliczeniowe oraz doświadczalne momentu rysującego zestawiono w Tablicy 5.

Tablica 5. Doświadczalne i obliczeniowe wartości momentu rysującego.

Table 5. Experimental and analytical value of cracks moment.

Belka	$M_{cr}^{dos}$	$M_{cr}^{PN}$	$\frac{M_{cr}^{dos}}{M_{cr}^{PN}}$	$l_{ch}$	$G_f$	$M_{cr}^{obl}$	$\frac{M_{cr}^{dos}}{M_{cr}^{obl}}$
	[kNm]	[kNm]		[cm]	[mN/m <sup>2</sup> ]	[kNm]	
BP-2÷4	15,0	11,69	1,28	22,9	120	16,36	0,92

Jednoznaczne określenie obciążenia rysującego w strefie przypodporowej nastręcza wiele problemów i obarczone jest pewnym błędem. Przyjęcie odpowiedniego poziomu obciążenia powodującego zarysowanie ukośne wpływa oczywiście na analizę pozostałych parametrów opisujących rysy ukośne. Dalsza analiza wyników badań i obliczeń została przeprowadzona przy założeniu obciążenia rysującego w strefie przypodporowej równego  $P = 90$  kN co odpowiada powstaniu pierwszej zaobserwowanej rysy ukośnej. Przyjęta wartość  $V_{crp}^{dos}$ , jest bliska wartościom określonym na podstawie różnych modeli obliczeniowych. Dla tak przyjętej wartości siły  $V_{crp}^{dos}$  zależność obliczona na podstawie EC:2004 wg równania:

$$V_{crp} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d \quad (3)$$

jest nieco mniejsza i wynosi 65,79 kN. Uzyskana różnica może wynikać z faktu, iż przyjęty poziom obciążenia rysującego w strefie przypodporowej jest zbyt wysoki. Skokowo przykładane obciążenie nie pozwoliło na uzyskanie wyników pośrednich między siłami  $P = 60$  kN i  $P = 90$  kN, ale na podstawie uzyskanych obrazów rys oraz wartości naprężeń w strzemionach przy tych obciążeniach wydaje się, że wartość obciążenia rysującego w strefie przypodporowej oscyluje pomiędzy tymi dwoma poziomami obciążenia. Tak przyjęte założenie, dotyczące momentu zarysowania ukośnego pozwala stwierdzić, że równanie zaczerpnięte z EC:2004 stosunkowo dobrze opisuje wielkość obciążenia, przy którym powstają pierwsze rysy ukośne. Przy założeniu, że moment zarysowania ukośnego generowany jest obciążeniem



siłą  $P = 90$  kN, równanie z EC:2004 należałoby poddać kalibracji. W dalszej części analizy przyjęto  $V_{crp} = 90$  kN.

Zgodnie z programem badań ustalono obciążenie niszczące, które przyjmuje się jako obciążenie, przy którym naprężenia w strzemionach osiągnęły granicę plastyczności. Powyższe założenie dotyczyło zarówno prętów podłużnych jak i strzemion. Na podstawie uzyskanych wyników przyjęto poziom obciążenia niszczącego równy 150 kN. Ze względu na główny cel badań – informacje dotyczące stanu zarysowania strefy przypodporowej – celowym stało się określenie poziomu obciążenia, przy którym należy przeprowadzić analizę stanu zarysowania belek badawczych. W literaturze przyjmowany jest najczęściej poziom obciążenia odpowiadający  $0,6 \div 0,7$  obciążenia niszczącego, co w przybliżeniu odpowiada obciążeniu w stanie granicznym użyteczności. Ze względu na zarejestrowany obraz rys, wartości obciążeń rysujących oraz naprężeń w zbrojeniu belek badawczych, zdecydowano się przeprowadzić analizę stanu zarysowania przedmiotowych belek przy obciążeniu odpowiadającym  $0,8 \cdot V_{nisz}$ , co daje odpowiednio wartość  $V_{eksp} = 120$  kN.

Teoria poślizgu *Kripsa* uzależnia rozwarcie rys m.in. od wartości naprężeń występujących w zbrojeniu. Stąd konieczność określenia wartości naprężeń w zbrojeniu podłużnym i poprzecznym przy powstaniu pierwszej rysy oraz pod wpływem działania obciążenia  $V_{eksp}$ . Obliczeniowe naprężenia w strzemionach można wyznaczyć stosując analityczne rozwiązania modelu kratownicowego *Mörscha* [7] korzystając z powszechnie znanych zależności. Jednak jak zauważyli *Leonhardt*, *Walther* [8], rzeczywiste naprężenia w strzemionach są mniejsze niż te wyznaczone z modelu kratownicowego *Mörscha*. Potwierdziły to także przeprowadzone badania, stąd proponuje się obliczać naprężenia w strzemionach przy powstaniu pierwszej rysy z zależności:

$$\sigma_{sycr} = \frac{V_{crp}}{\rho_w b_w d} \cdot \alpha_1. \quad (4)$$

Analogicznie wartość naprężeń w strzemionach pod obciążeniem eksploatacyjnym zaleca się wyznaczać z zależności:

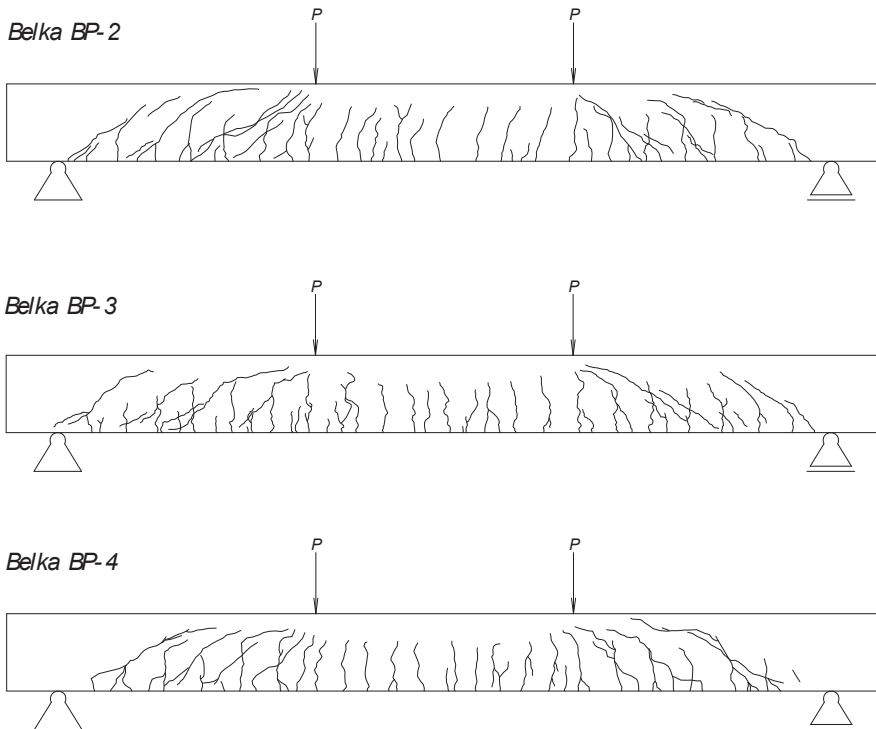
$$\sigma_{sy} = \frac{V - V_{crp}}{\rho_w b_w d} \cdot \alpha_1. \quad (5)$$

Przy wyznaczaniu naprężeń w zbrojeniu poprzecznym badanych elementów belkowych wykonanych z BWW, współczynnik  $\alpha_1$  można interpretować jako zamiennik proponowanego przez *Leonhardta*, *Walthera* współczynnika równego  $\tan \theta$ . Ze względu jednak na uzyskanie w doświadczeniach większych wartości kątów pochylenia rys ukośnych a tym samym kątów pochylenia krzyżulców betonowych – większych niż  $45^\circ$ , należałoby wyrażenie  $\tan \theta$  zastąpić wyrażeniem  $\cot \theta$ . Proponowany przez autora współczynnik  $\alpha_1$ , który należy wykalibrować wydaje się lepiej opisywać występujące wartości naprężeń w strzemionach w porównaniu z wielkościami zależnymi od kąta  $\theta$ , ze względu na zbyt duży wpływ nawet niewielkiej zmiany kąta pochylenia umownych krzyżulców betonowych  $\theta$  na wartości tych naprężeń. W dalszej analizie przyjęto wartości doświadczalne naprężeń rozciągających w strzemionach równe odpowiednio  $\sigma_{sycr} = 138,0 MPa$  dla obciążenia rysującego oraz  $\sigma_{sy} = 220,0 MPa$  przy obciążeniu eksploatacyjnym.

Wartości naprężeń w zbrojeniu podłużnym można obliczać w dowolnym przekroju przy zastosowaniu powszechnie znanych zależności. Problemem jest jednak jednoznaczne określenie przekroju, w którym należy analizować rozwarcie rys ukośnych ze względu na ich losowe występowanie. Stąd do dalszej analizy przyjęto podobnie jak w przypadku strzemion wartości doświadczalne naprężeń w zbrojeniu głównym równe  $\sigma_{sccr} = 180,0MPa$  dla obciążenia rysującego  $V_{crp}$  oraz  $\sigma_{sr} = 248,18MPa$  przy obciążeniu  $V_{eksp}$ .

### 2.3.3. Analiza stanu zarysowania

Zarysowanie wszystkich belek przebiegało podobnie. Pierwsze zarysowania powstały w środkowej strefie belek – rysy prostopadłe, przy obciążeniu  $P = 10$  kN, przy czym zasięg tych rys rzadko kiedy przekraczał poziom zbrojenia głównego. Ze względu na bardzo małe rozwarcie rys przy tym poziomie obciążenia – brak możliwości wykonania pomiaru – wydaje się, że zarysowaniu uległa jedynie wapienna warstwa powierzchniowa. Stąd arbitralnie przyjęto za poziom obciążenia rysującego siłę nieco większą. W strefach przypodporowych rysy pojawiły się przy kolejnym stopniu obciążenia –  $P = 30$  kN. Początkowo obraz rys ukośnych był zbliżony do rys prostopadłych – podobne wartości rozwarcia, duże kąty pochylenia rys. Znaczący wzrost wpływu rys ukośnych na pełny obraz zarysowania następował przy obciążeniu siłą  $P > 90$  kN, gdzie rysy prostopadłe nie zwiększały w znaczący sposób swojego zasięgu. Zarejestrowany obraz rys w badanych belkach przy obciążeniu siłą  $P = 180$  kN ilustruje Rys. 3.



Rys. 3. Obraz rys w belkach po zakończeniu badań.  
Fig. 3. Distribution of cracks at failure.

Średnie i maksymalne szerokości rozwarcia rys uzyskane w poszczególnych belkach przedstawia Tablica 6, w której podano wartości średnie poszczególnych parametrów liczonych z lewej i prawej strony belek.

Tablica 6. Doświadczalne rozwarcia rys ukośnych.

Table 6. Experimental width of skew cracks.

Belka	Poz. pom. [cm]	$\bar{w}^{dos}$ [mm]						$w_{max}^{dos}$ [mm]					
		Obciążenie P [kN]						Obciążenie P [kN]					
		30	60	90	120	150	180	30	60	90	120	150	180
BP-2	25			0,025	0,065	0,089				0,025	0,150	0,250	
	20			0,025	0,150	0,082	0,190		0,025	0,150	0,250	0,800	
	15			0,050	0,080	0,106	0,211		0,050	0,300	0,500	1,350	
	10			0,063	0,084	0,110	0,232		0,100	0,300	0,550	1,250	
	5			0,046	0,071	0,088	0,151		0,150	0,250	0,500	1,100	
	0			0,046	0,071	0,090	0,109		0,150	0,250	0,500	0,600	
BP-3	25					0,063						0,100	
	20				0,025	0,060	0,173			0,025	0,200	0,800	
	15				0,055	0,127	0,236			0,100	0,400	1,000	
	10			0,050	0,075	0,093	0,224		0,050	0,200	0,300	1,200	
	5			0,056	0,061	0,078	0,111		0,150	0,250	0,400	0,600	
	0			0,056	0,061	0,069	0,092		0,150	0,250	0,200	0,600	
BP-4	25					0,250						0,250	
	20				0,025	0,067	0,164			0,025	0,200	0,700	
	15			0,025	0,080	0,065	0,208		0,025	0,100	0,300	0,800	
	10			0,063	0,068	0,122	0,192		0,100	0,200	0,300	0,800	
	5			0,056	0,073	0,088	0,139		0,150	0,200	0,350	0,500	
	0			0,056	0,073	0,092	0,148		0,150	0,200	0,350	0,500	

W zakresie obciążenia  $V_{eksp}$  na poziomach 5 i 10 cm uzyskano zbliżone wartości. Na wyższych poziomach wartości średnich rozwarć rys były znacznie mniejsze, stąd do dalszej analizy przyjęto za miarodajne wyniki tylko z poziomów 5 i 10 cm, obliczając je jako średnie arytmetyczne z tych poziomów.

Zarejestrowana liczba rys w belkach badawczych potwierdza także słuszność założenia dotyczącego przyjęcia wyników badań z poziomów pomiarowych 5 i 10 cm za miarodajne, do dalszej analizy stanu zarysowania strefy przypodporowej. Największą liczbę rys ukośnych we wszystkich badanych belkach zarejestrowano właśnie na poziomie 5 cm, przy czym występowały także rysy, które swoim zasięgiem obejmowały tylko środkową strefę belek.

W analizowanych belkach wpływ na pochylenie rys miały przede wszystkim siły wewnętrzne, gdzie w początkowych etapach obciążania można stwierdzić decydujący wpływ momentu zginającego  $M$ . Wraz ze wzrostem obciążenia na pochylenie rys zaczęły wpływać także strumienie sił stycznych wywołanych siłami poprzecznymi, przy czym zmniejszenie średnich wartości  $\beta_r$  na niższych poziomach pomiarowych spowodowane było przede wszystkim wzrostem liczby rys o mniejszym pochyleniu niż rysy dotychczasowe.

Projektując belki na ścinanie na podstawie modelu kratownicowego o zmiennym nachyleniu betonowych krzyżulców, zgodnie z zaleceniami m.in. PN:2002 i EC:2004 w analizie stanu granicznego nośności, można przyjmować kąt pochylenia krzyżulców betonowych mniejszy od  $45^\circ$ . Przeprowadzone badania wykazały,

że w badanych elementach wykonanych z BWB, zalecane w normach wartości kąta pochylenia umownych krzyżulców betonowych nie pokrywają się z wartościami doświadczalnymi i to zarówno w stanie granicznym nośności jak i pod obciążeniem eksploatacyjnym. Uzyskane w badaniach większe wartości kątów pochylenia rys nie były zaskoczeniem, ponieważ podobnie jak w betonach zwykłych nie należy oczekiwać zgodności kątów zaobserwowanych doświadczalnie z kątem „normowym”. Przyjmując za *Godyckim-Ćwirko, Wesołowskim* [9] oraz niemiecką normą DIN 1045-1:2001 [10] zależność:

$$\cot \theta = \frac{\cot \beta_r}{1 - \frac{V_{cr}}{V}} \quad (6)$$

przy wyznaczonej doświadczalnie średniej wartości kąta pochylenia rys ukośnych  $\beta_r \approx 52,54^\circ$ , można przyjmować wartości kąta pochylenia umownych krzyżulców betonowych równe lub bliskie  $45^\circ$ .

*Godycki-Ćwirko, Wesołowski* [9] zalecają wykorzystanie alternatywnych do PN:2002 metod wspomagających projektowanie w zakresie rozwarcia rys ukośnych w strefach przypodporowych. Dotyczy to także elementów wykonanych z BWB. Należy także pamiętać, iż doskonalenie metod obliczeniowych na bazie metod eksperymentalnych napotyka na trudności w związku ze znaczną nieregularnością wyników doświadczalnych, co potwierdziły przeprowadzone badania, oraz bardziej skomplikowaną naturą zjawisk, niż wynikałoby to z prostego opisu teoretycznego zaprezentowanego w przepisach normowych.

### **3. Propozycja własna obliczania rozwarcia rys ukośnych w przypodporowej strefie belek wykonanych z betonu wysokowartościowego**

#### **3.1. Założenia główne i procedura obliczeniowa**

Analizując strefę przypodporową elementów poddanych równoczesnemu działaniu siły poprzecznej i momentu zginającego zauważyć można, że układ rys ukośnych kształtuje się w przybliżeniu ortogonalnie do linii działania naprężeń głównych. W strefie tej jako zbrojenie poprzeczne stosuje się strzemiona lub pręty odgięte i strzemiona. Ze względu na lokalizację prętów odgiętych wewnątrz przekroju, w analizie szerokości rozwarcia rys ukośnych rolę strzemion należy traktować jako pierwszoplanową. Można zatem przyjąć, że w przekroju przez rysę występują rozciągane pręty zbrojenia podłużnego oraz rozciągane strzemiona.

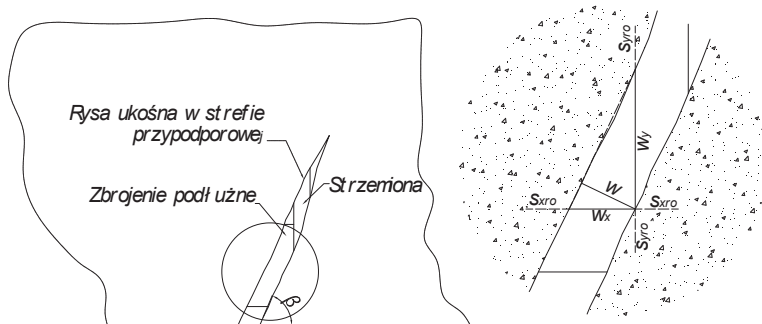
Rozważania przeprowadzono przy założeniu występowania obciążenia rysującego, a następnie określono średnią wartość rozwarcia rys ukośnych w zależności od przyrostu naprężeń w zbrojeniu w wyniku działania obciążenia eksploatacyjnego oraz parametrów charakteryzujących warunki przyczepności.

Założono, że w wyniku działania obciążenia rysującego generowana jest rysa ukośna, której rozwarcie związane jest z poślizgiem rozciąganych strzemion i prętów podłużnych. Długości odcinków poślizgu w przypadku strzemion  $s_{yro}$  i prętów podłużnych  $s_{xro}$  można wyznaczyć na podstawie wzoru ogólnego, który przyjmuje odpowiednią postać w przypadku strzemion i prętów podłużnych:

$$s_{xro} = \frac{2}{1 - N_p} \cdot \left[ \frac{\Delta\sigma_{sscr} d_p}{\varepsilon_{sscr}^{N_p} 8 f_{cm} A_p} \frac{1 + N_p}{p} \right]^{\frac{1}{1+N_p}}, \quad s_{yro} = \frac{2}{1 - N_s} \cdot \left[ \frac{\Delta\sigma_{syocr} d_s}{\varepsilon_{syocr}^{N_s} 8 f_{cm} A_s} \frac{1 + N_s}{s} \right]^{\frac{1}{1+N_s}}. \quad (7)$$

Długości te są do siebie prostopadłe, a poszczególne parametry występujące w tych zależnościach odnoszą się odpowiednio do strzemion i prętów zbrojenia podłużnego (Rys. 4).

Parametry  $A$  i  $N$  występujące w powyższych zależnościach przyjmują różne wartości w przypadku strzemion i zbrojenia podłużnego, ze względu na tzw. warunki przyczepności. Ponadto w elementach wykonanych z BWW parametry  $A$  i  $N$  będą przyjmowały inne wartości niż w betonach zwykłych, ponieważ naprężenia przyczepności między BWW a stalą opisują inne zależności niż w betonach zwykłych.



Rys. 4. Rysa ukośna w strefie przypadkowej elementu belkowego.

Fig. 4. The skew crack for beams element.

Występujące w powyższych wzorach jednostkowe odkształcenia stali zbrojenowej można wyznaczyć na podstawie znanych zależności:

$$\varepsilon_{syocr} = \frac{\sigma_{syocr}}{E_s}, \quad \varepsilon_{sscr} = \frac{\sigma_{sscr}}{E_s}. \quad (8)$$

Przyrost naprężeń w strzemionach i zbrojeniu podłużnym w przekroju przez rysę  $\Delta\sigma_{scr}$ , można wyznaczyć z zależności:

$$\Delta\sigma_{syocr} = \sigma_{syocr} - \alpha_e f_{ctm}, \quad \Delta\sigma_{sscr} = \sigma_{sscr} - \alpha_e f_{ctm}. \quad (9)$$

Szerokość rozwarcia pierwszej rysy, można określić jako sumę poślizgu zbrojenia z obu stron powstałej rysy. Wykorzystując ogólną zależność podaną przez *Kripsa*, możemy określić odpowiednio szerokość rysy mierzoną równoległe do osi strzemion oraz zbrojenia podłużnego:

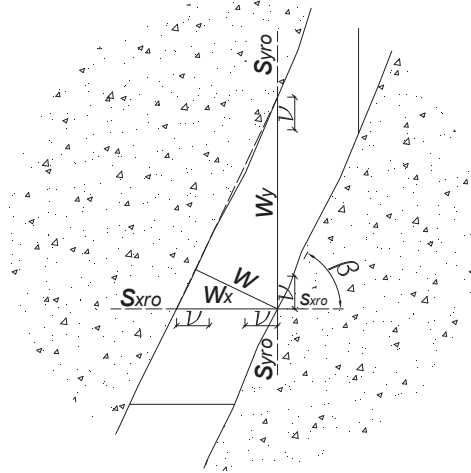
$$w_x^1 = 2\nu(x = s_{xro}) = 2 \cdot \left[ \Delta\sigma_{sscr} \varepsilon_{sscr} \frac{d_p}{8 f_{cm} A_p} \frac{1 + N_p}{p} \right]^{\frac{1}{1+N_p}}, \quad (10)$$

$$w_y^1 = 2\nu(x = s_{yro}) = 2 \cdot \left[ \Delta\sigma_{syocr} \varepsilon_{syocr} \frac{d_s}{8 f_{cm} A_s} \frac{1 + N_s}{s} \right]^{\frac{1}{1+N_s}}. \quad (11)$$

Porównanie obliczonych zależności rozwarcia pierwszych rys w kierunku poziomym  $w_x^1$  i pionowym  $w_y^1$  z wartościami doświadczalnymi wykazało znaczne niedoszacowanie. Może to być spowodowane wzajemnym wpływem rozwarcia poziomego  $w_x^1$  na pionowe  $w_y^1$  i odwrotnie, czego nie uwzględniają powyższe równania. Dlatego też proponuje się wprowadzenie współczynnika korekcyjnego  $\alpha_2$  dla określenia rozwarcia poziomego  $w_x^1$ , którego wartość na podstawie przeprowadzonych badań określono na poziomie 1,5. Z kolei w przypadku rozwarcia pionowego  $w_y^1$  trzeba uwzględnić geometryczny wpływ rysy poziomej na wartość rozwarcia pionowego tzn. że w chwili pojawienia się rysy pionowej jej rozwarcie generowane jest zarówno obustronnym poślizgiem strzemion oraz w środkowej strefie rysy rozwarciem wcześniej powstałej rysy poziomej  $\tan \beta_r \cdot w_x^1$  (Rys. 5). Zatem szerokość rysy mierzoną równoległe do osi strzemion oraz zbrojenia podłużnego można wyznaczyć z zależności:

$$w_x^1 = 2 \cdot \left[ \Delta \sigma_{szcr} \varepsilon_{szcr} \frac{d_p}{8} \frac{1 + N_p}{f_{cm} A_p} \right]^{\frac{1}{1+N_p}} \cdot \alpha_2,$$

$$w_y^1 = 2 \cdot \left[ \Delta \sigma_{syrcr} \varepsilon_{syrcr} \frac{d_s}{8} \frac{1 + N_s}{f_{cm} A_s} \right]^{\frac{1}{1+N_s}} \cdot \tan \beta_r \cdot w_x^1. \quad (12)$$



Rys. 5. Rozwarcie rysy w kierunku poziomym  $w_x^1$  i pionowym  $w_y^1$ .

Fig. 5. Horizontal  $w_x^1$  and vertical  $w_y^1$  widths of cracks.

Szerokość rozwarcia rys przy dowolnym stopniu obciążenia, w stosunku do szerokości rozwarcia pierwszej rysy zwiększa się w ogólnym przypadku według zależności przedstawionych przez *Kripsa*. W odniesieniu do kierunku poziomego i pionowego zależności te można zapisać jako:

$$w_x = 2 \cdot \left[ \Delta \sigma_{szcr} \varepsilon_{szcr} \frac{d_p}{8} \frac{1 + N_p}{f_{cm} A_p} \right]^{\frac{1}{1+N_p}} \cdot \left[ 1,6 \cdot \left( \frac{\sigma_{sx}}{\sigma_{szcr}} \right)^{\frac{1-N_p}{1+N_p}} - 0,7 \right], \quad (13)$$

$$w_y = 2 \cdot \left[ \Delta \sigma_{sycr} \varepsilon_{sycr} \frac{d_s}{8} \frac{1 + N_s}{f_{cm} A_s} \right]^{\frac{1}{1+N_s}} \cdot \left[ 1,6 \cdot \left( \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{sycr}} \right)^{\frac{1-N_s}{1+N_s}} - 0,7 \right]. \quad (14)$$

Pierwszy człon powyższych równań określa rozwarcie pierwszej rysy odpowiednio w kierunku poziomym i pionowym, z kolei długi człon określa przyrost tego rozwarcia ze względu na zwiększoną wartość obciążenia ponad obciążenie rysujące.

Średnią szerokość rozwarcia rys ukośnych proponuje się wyznaczać na podstawie adaptacji zależności podanej w Eurokodzie 2 (EC:2004) w odniesieniu do średniego rozstawu rys, która z jednej strony wynika z zależności geometrycznych powstałych rys ukośnych występujących w strefie przypodporowej, a z drugiej uwzględnia wpływy kąta  $\theta$  na wartość generowanych rys. Stąd średnie rozwarcie rys ukośnych, przy założonym nachyleniu kąta  $\theta$  równym lub bliskim  $45^\circ$ , mierzone prostopadłe do ich kierunku można wyznaczać z zależności:

$$\bar{w} = \frac{1}{\frac{\cos \theta}{w_y} + \frac{\sin \theta}{w_x}}. \quad (15)$$

Ze względu na zależność sztywności zginanych elementów belkowych od proporcji wymiarów prostokątnego przekroju poprzecznego, proponuje się uwzględnić ten parametr w odniesieniu do wartości średniego rozwarcia rys. Stąd wielkość średniego rozwarcia rys ukośnych można wyznaczać z następującej zależności:

$$\bar{w} = \frac{1}{\left( \frac{\cos \theta}{w_y} + \frac{\sin \theta}{w_x} \right)} \cdot \frac{1}{\left( \frac{h}{b} \right)^{\frac{1}{3}}}. \quad (16)$$

Mianownik pierwszego członu powyższego równania określa udział poślizgu strzemion i wywołane tym poślizgiem rozwarcie pionowe oraz udział rozwarcia poziomego w całkowitym rozwarciu rysy ukośnej. Drugi człon równania uwzględniania w analizie rozwarcia rys ukośnych elementy o jednakowym przekroju poprzecznym i stopniu zbrojenia lecz o różnych proporcjach wymiarów („efekt skali”). Wartość występującego w równaniu kąta pochylenia umownych krzyżulców betonowych  $\theta$ , ze względu na uzyskane wyniki badań (średni kąt pochylenia rys ukośnych  $\beta_r \approx 48,0^\circ$ ) można przyjmować zgodnie z zaleceniami PN:2002 w zakresie  $26,6^\circ \div 45,0^\circ$  z tendencją do przyjmowania wartości bliskich  $45,0^\circ$ .

Należy zaznaczyć, że średnia szerokość rys  $\bar{w}$  i szerokość maksymalna  $w_{\max}$  charakteryzują się zróżnicowanym stopniem wzrostu w stosunku do rozwarcia pierwszej rysy, spowodowanej obciążeniem rysującym. Stąd ze względów na fakt, że przy projektowaniu za miarodajne przyjmuje się maksymalne rozwarcie rys, można wyznaczyć maksymalne rozwarcia rys ukośnych w kierunku poziomym i pionowym z następujących zależności:

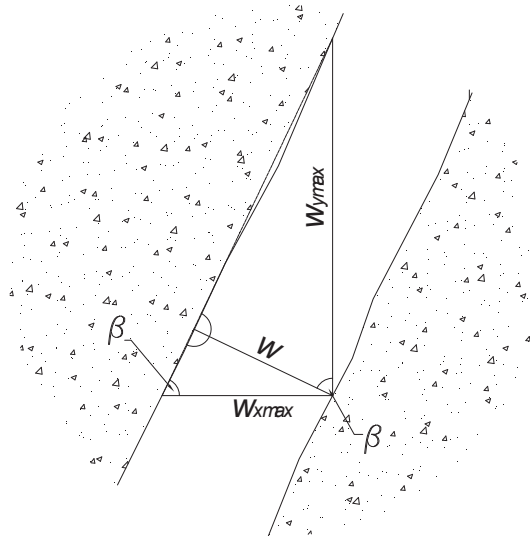
$$w_{x \max} = w_x^1 \cdot \left( \frac{\sigma_{sx}}{\sigma_{sxcr}} \right)^{\frac{2}{1+N_p}}, \quad w_{y \max} = w_y^1 \cdot \left( \frac{\sigma_{sy}}{\sigma_{sycr}} \right)^{\frac{2}{1+N_s}}. \quad (17)$$

Z doświadczenia wiadomo, że rozkład ilościowy rys maksymalnych znacznie różni się od rozkładu wartości średnich. Najczęściej jest to jedna lub dwie rysy o największych rozwarciach, które generują tak duże wartości. Dlatego wartość maksymalnego rozwarcia rysy ukośnej mierzonej prostopadłe do jej kierunku można wyznaczać z zależności geometrycznych tej rysy zgodnie z Rys. 6:

$$w_{\max} = w_{x \max} \cdot \sin \left( \arccot \cot \left( \frac{w_{y \max}}{w_{x \max}} \right) \right). \quad (18)$$

Proponowana metoda obliczania rozwarcia rys ukośnych w strefach przyporowych elementów belkowych wykonanych z BWW uwzględnia większość parametrów, które wpływają zasadniczo na zarysowanie elementu. Oprócz podstawowych parametrów, do których należą: wymiary przekroju, stopień zbrojenia, średnica zbrojenia, parametry wytrzymałościowe betonu, co może mieć szczególne znaczenie w odniesieniu do BWW itp., przedstawiona metoda uwzględnia dodatkowo szereg innych parametrów, do których należą:

- przyrost naprężenia w zbrojeniu w przekroju przez rysę, wywołany obciążeniem rysującym,
- przyrost naprężenia w zbrojeniu w stadium obciążenia eksploatacyjnego w stosunku do wartości naprężenia przy powstaniu pierwszej rysy,
- usytuowanie prętów zbrojenia podłużnego i poprzecznego w obszarach dobrej i średniej przyczepności oraz uwzględnienie odmiennej przyczepności zbrojenia do BWW, poprzez przyjęcie odpowiedniej kombinacji współczynników  $A$  i  $N$ ,
- kąt pochylenia umownych krzyżulców betonowych  $\theta$ ,
- uwzględnienie elementów o jednakowym przekroju poprzecznym i stopniu zbrojenia lecz o różnych proporcjach wymiarów.



Rys. 6. Zależności geometryczne w maksymalnej rysie ukośnej.

Fig. 6. Relation between horizontal  $w_{x \max}$  and vertical  $w_{y \max}$  crack.



Porównanie wyznaczonych z przedstawionych równań wartości rozwarcia pierwszych rys ukośnych oraz rozwarcia maksymalnego w odniesieniu do wartości pomierzonych doświadczalnie w belkach zestawiono w Tabelicy 7 i Tabelicy 8.

Tabelica 7. Doświadczalne i obliczeniowe rozwarcia pierwszych rys ukośnych.

Table 7. Experimental and analytical width of first skew cracks.

Belka	$w_x^{1dos}$	$w_x^{1obl}$	$\frac{w_x^{1dos}}{w_x^{1obl}}$	$w_y^{1dos}$	$w_y^{1obl}$	$\frac{w_y^{1dos}}{w_y^{1obl}}$	$w^{1dos}$	$w^{1obl}$	$\frac{w^{1dos}}{w^{1obl}}$
	[mm]	[mm]		[mm]	[mm]		[mm]	[mm]	
BP-2	0,176		1,14	0,184		0,93	0,125		1,03
BP-3	0,100	0,154	0,65	0,327	0,197	1,65	0,100	0,121	0,83
BP-4	0,127		0,82	0,220		1,11	0,125		1,03

Tabelica 8. Doświadczalne i obliczeniowe maksymalne rozwarcie rys ukośnych.

Table 8. Experimental and analytical maximal width of skew cracks.

Belka	$w_{max}^{dos}$	$w_{max}^{obl}$	$\frac{w_{max}^{dos}}{w_{max}^{obl}}$
	[mm]	[mm]	
BP-2	0,275		1,27
BP-3	0,225	0,216	1,04
BP-4	0,200		0,93

Porównanie wartości doświadczalnych i obliczonych według przedstawionych wyżej założeń przy rozpatrywanym poziomie obciążenia eksploatacyjnego wskazuje, że wartości obliczeniowe są w dobrej zgodności z wynikami badań. Wydaje się więc, że ogólna koncepcja jest słuszna. Wymagane są jednak dalsze badania doświadczalne oraz prace analityczne w celu uściślenia wartości niektórych współczynników oraz wprowadzenia pewnych założeń wstępnych, upraszczających procedurę obliczeniową. Należy także pamiętać, iż doskonalenie metod obliczeniowych na bazie metod eksperymentalnych napotyka na trudności w związku ze znaczną nieregularnością wyników doświadczalnych, co potwierdziły przeprowadzone badania, oraz bardziej skomplikowaną naturą zjawisk, niż wynikałoby to z prostego opisu teoretycznego zaprezentowanego w przepisach normowych.

W celu wykorzystania proponowanej procedury w praktyce inżynierskiej należałoby, zgodnie z propozycją *Lewickiego* [11, 12], wyznaczyć wartość współczynnika  $\gamma_d$ , określającego niepewność przyjęto modelu teoretycznego.

Należy zaznaczyć, że wyniki obliczeń jak również niektóre parametry stosowane w metodzie obliczeniowej odnoszono do badań doświadczalnych, które nie uwzględniały wpływu m.in.:

- obciążeń powtarzalnych (brak odciążenia podczas badania),
- obciążeń wielokrotnie zmiennych,
- obciążeń dynamicznych,
- czasu trwania obciążenia,
- odkształceń reologicznych itp.

Należy zatem przyjąć, że wyznaczone rozwarcia rys można odnosić jedynie do elementów poddanych działaniu obciążeń doraźnych, monotonicznych.

#### 4. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przeprowadzone analizy teoretyczne oraz badania i analizy wyników umożliwiają sformułowanie następujących wniosków ogólnych:

1. Betony wysokowartościowe mogą stanowić alternatywę w odniesieniu do betonów zwykłych zwłaszcza w konstrukcjach, od których wymaga się nie tylko bardzo dobrych własności wytrzymałościowych ale również dużej trwałości i wysokiej odporności w różnych warunkach środowiskowych. BWW charakteryzują się zwiększoną przyczepnością między zmodyfikowaną matrycą a kruszywem co powoduje, że zarysowanie przebiega przez ziarna kruszywa prowadząc do względnie płaskich i gładkich powierzchni rysy i znacznego ograniczenia efektu zazębiania się rozdzielonych rysą powierzchni. Większa wytrzymałość na rozciąganie BWW powoduje większe wartości obciążenia rysującego oraz ma znaczący wpływ na proces zarysowania.
2. Przeprowadzone badania wykazały znaczący wpływ rodzaju powierzchni zbrojenia na naprężenia przyczepności. W próbkach z BWW z prętami żebrowanymi uzyskano średnio blisko 70% większe wartości naprężeń  $\tau_{0,01}$  niż w próbkach z prętami gładkimi. Uwzględniając za EC:2004, warunki przyczepności związane z powierzchnią zastosowanych prętów oraz ich ułożeniem w elementach konstrukcyjnych, zaproponowano na podstawie uzyskanych wyników badań następujące wartości współczynników w analizowanym betonie: „dobra przyczepność”  $N = 0,2971$ ,  $A = 0,6797 \text{ cm}^{-0,2971}$ , „średnia przyczepność”  $N = 0,2267$ ,  $A = 0,2727 \text{ cm}^{-0,2267}$ . Uzyskane wyniki badań przyczepności potwierdzają przyjęte w PN:2002 założenia co do stosowalności wzorów na przyczepność obliczeniową  $f_{bd}$  do klas nie wyższych niż C50/60.
3. Przedstawiona metoda obliczania rozwarcia rys ukośnych przy jednoczesnym działaniu  $M + V$  pozwala określić średnie i maksymalne rozwarcia. Wartość kąta pochylenia umownych krzyżulców betonowych  $\theta$ , można przyjmować odpowiednio jak w analizie stanu granicznego nośności na ścinanie, przy czym ze względu na uzyskane wyniki badań zalecane są wartości z górnego zakresu tego kąta. Przy ewentualnym wykorzystaniu tej metody w praktyce, należałoby zgodnie z propozycją Lewickiego, wyznaczyć wartość współczynnika  $\gamma_d$ , określającego niepewność przyjęto modelu teoretycznego.
4. W celu uogólnienia zaprezentowanej metodyki obliczeń rozwarcia rys ukośnych na szerszy zakres betonów wysokowartościowych należałoby przeprowadzić dodatkowe badania na znacznie większej liczbie elementów badawczych, w których parametrami zmiennymi byłyby m.in.: stopień zbrojenia, wytrzymałość betonu, wskaźnik ścinania oraz proporcje wymiarów przekroju poprzecznego elementu.

#### Literatura

- [1] Kaszyńska M., *BWW: możliwości, cechy, zastosowania*, Ustroń, XVII Ogólnopolska Konferencja Warsztat pracy projektanta konstrukcji, 2002.
- [2] PN:2002. *PN-B-03264:2002. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i wymiarowanie*.

- 
- [3] EC:2004. *Eurocode 2. EN 1992-1-1:2004. Design of concrete structures. General rules and rules for buildings.*
  - [4] Krips M., *Rissbreitenbeschränkung in Stahlbeton und Spannbeton*, Berlin, Ernst und Sohn – Verlag für Architektur und Technische Wissenschaften, 1985.
  - [5] Hillerborg A., Modeer M., Petersson P.E., *Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements*, Cement and Concrete Research (1976), Vol.6, str. 773-782.
  - [6] CEB-FIP 1990. *Model Code 1990 for Concrete Structures*, CEB Bulletin d'Information No 195 and 196, First Draft, March.
  - [7] Mörsch E., *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*, Stuttgart, Verlag von Konrad Wittmer, 1929.
  - [8] Leonhardt F., Walther R., *Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme im Stahlbetonbau*, Beton und Stahlbetonbau, No. 2, 3, 6, 7, 8 (1962).
  - [9] Godycki-Ćwirko T., Wesołowski M., *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2. Stany graniczne użyteczności*, Praca zbiorowa Sekcji Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, rodz. 7, Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2005.
  - [10] DIN 1045-1:2001 Deutsche Norm. *Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion.*
  - [11] Lewicki B., *Związek między wynikami badań i wzorami normowymi*, Inżynieria i Budownictwo, Nr 4-5 (1990).
  - [12] Lewicki B., *Wymiarowanie na podstawie badań*, Inżynieria i Budownictwo, Nr 6 (1991).

# The width of skew cracks in the supported zone of beams made from High Performance Concrete (HPC)

Tadeusz Ciężak\*, Daniel Wałach\*\*

*\*Lublin University of Technology, e-mail: t.ciezak@pollub.pl*

*\*\*AGH University of Science and Technology, e-mail: walach@agh.edu.pl*

**Abstract:** The main purpose of the following thesis was to develop a method for calculating the width of skew cracks in the supported zone of beam elements made from High Performance Concrete, using the primary guidelines of the calculation model (substitute truss) used in standard regulations concerning shearing. The author's own studies have also been described in the thesis. The program of tests, a description of their realization, as well as the results obtained from tests pertaining to adhesiveness and beam elements have also been presented. An analysis of the results obtained was carried out, which was compared to the results of the theoretical analysis based on standard regulations. The last section of the thesis contains the author's proposed method for calculating the width of skew cracks in the supported zones of elements made from HPC. A comparison was also made between the calculation results obtained on the basis of the proposed method and both the results of the author's own research as well as the results obtained from studies described in the literature.

**Key words:** skew cracks, High Performance Concrete.