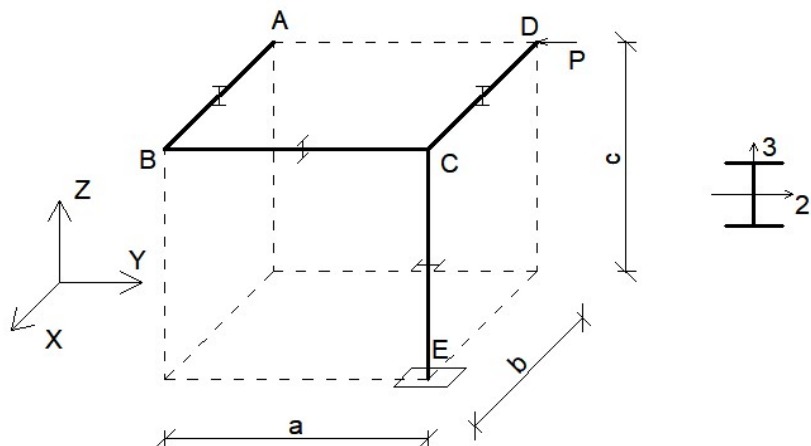


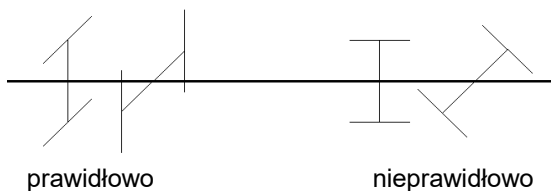
## Przykład rozwiązywania ramy przestrzennej statycznie wyznaczalnej

Polecam zapoznać się z pierwszymi dwoma stronami przykładu z rozwiązywania ramy 3d metodą sił. Tam jest dużo wyjaśnione.



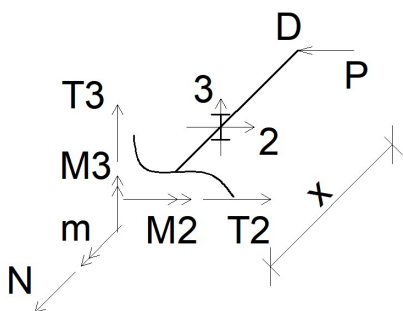
Rozwiążemy na początku taką ramę. Proszę spojrzeć na układ globalny po lewej - X, Y, Z. Oprócz tego mamy układ lokalny dla prętów, narysowany po prawej 1, 2, 3, czasami te osie są nazywane małymi literami x, y, z. Oś 1 albo x, albo nawet nazywana osią 0 jest wzdłuż pręta.

Proszę spojrzeć na to jak narysowane są dwuteowniki na prętach - one określają jakie są osie lokalne. Proszę pamiętać o odpowiednich orientacjach rysowania środka i stopki. Tzn. Jeśli pręt jest narysowany poziomo (wzdłuż osi Y) to środek i stopki będą mogły być narysowane tylko pod ukosem i pionowo (wzdłuż osi X i Z). Jeżeli pręt jest narysowany pod ukosem (wzdłuż osi X) to linie te mogą być tylko poziome i pionowe (wzdłuż osi Y i Z) itd. Przykład poniżej



Na początek pręt A-B. Od strony węzła A nie ma żadnych obciążeń więc wszystkie wykresy są 0. Tak samo z prętem B-C. Od strony węzła B mamy pręt A-B, a na nim nie ma wykresów ani żadnych obciążeń więc pręt B-C też ma wszędzie 0.

**Teraz pręt C-D. Przecinamy go od tej mniej skomplikowanej strony:**



Momenty skręcające ( $m$ ) i siły normalne są zawsze od układu do zewnątrz, wzdłuż przecinanego pręta. T3 i M3 są wzdłuż osi 3, T2 i M2 są wzdłuż osi 2.

zmienna  $x$  należy do przedziału od 0 do  $b$  (długość tego pręta)

**Liczmy momenty skręcające:**

moment skręcający  $m$  jest wzdłuż osi X, siła  $P$  wzdłuż osi Y. Więc ramie siły jest w osi Z. Tutaj nie ma żadnej odległości w osi Z, więc moment skręcający jest 0.

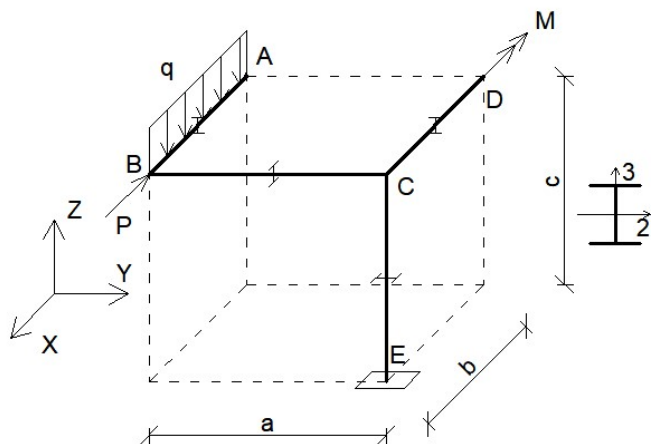
**Liczmy momenty zginające M2:**

M2 jest na osi Y. Siła  $P$  jest na osi Y. Jest to ta sama oś, więc nie ma momentu od siły  $P$ .  $M2 = 0$ .



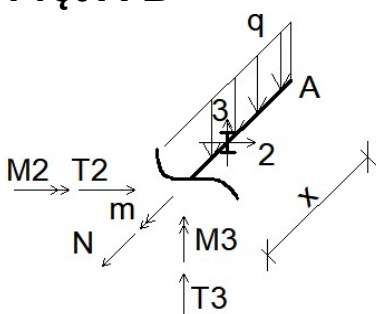
## Rama z różnymi rodzajami obciążeń

dla uproszczenia - wszystkie wykresy będą na końcu, w trakcie obliczeń będą tylko wyjaśnienia.



### Pręt A-B

$x = (0; b)$



**m**

m jest na osi X, q na osi Z, odległość będzie na osi Y, ale wzdłuż tej osi nie ma żadnej odległości:  $m=0$

**M2**

M2 jest na osi Y, q na osi Z, odległość będzie na osi X, czyli zmienna x. Wykres to będzie obciążenie \* długość \* ramię, czyli  $q * x * x / 2$ .

Wartość momentu zmienia się więc od 0 do  $q * b * b / 2$ .

Wykres będzie w płaszczyźnie prostopadłej do M2 czyli X-Z. Pręt jest na X, więc kreskowanie będzie zgodne z osią Z.

Obciążenie działa w dół, więc włókna rozciągane będą na górze - wykres jest na górze. Obciążenie ciągle działa w dół, więc parabola będzie wygięta w dół.

**M3**

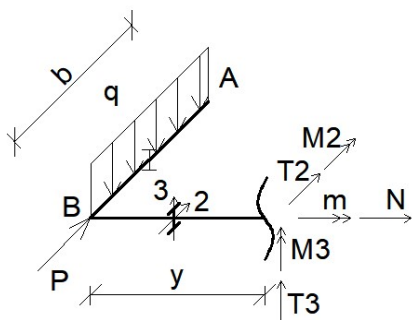
M3 jest na Z, q jest na Z - nie ma momentu.

**T2, T3 i N**

q jest na Z, więc będzie tylko siła T3 (która też jest na Z).  $T3 = q * x$ , czyli wartość tnącej to będzie trójkąt od 0 do  $q * b$ . Wykres jest w płaszczyźnie T3 i pręta, kreskowanie wzdłuż T3.

### Pręt B-C

$y = (0; a)$



**m**

P jest na X, m jest na Y, odległość jest na Z, ale nie ma żadnej długości pionowej, nie ma momentu od P.

q jest na Z, m jest na Y, odległość jest na X, czyli połowa b. Dlaczego połowa? Bo środek ciężkości obciążenia ciągłego jest w połowie długości b, a szukamy odległości po X od m do środka ciężkości obciążenia.

Reguła prawej dłoni - kciuk skierowany w prawo, jak m, palce pokazują kierunek dodatni skręcania, czyli tak jakby w "naszą stronę". Widzimy, że q przekręca pręt "od nas", czyli przeciwnie do m. m będzie więc dodatnie, bo równoważy się z momentem od q.

Wartość momentu to obciążenie \* długość \* ramię czyli  $q * b * b / 2$

**M2**

P jest na osi X, M2 na osi X - nie ma wpływu.

q jest na osi Z, M2 na osi X, odległość będzie na osi Y, czyli zmienna y. Wykres to będzie obciążenie \* długość \* ramię czyli  $q * b * y$ .

Wartość momentu to będzie trójkąt 0 do  $q * b * a$ .

Wykres będzie w płaszczyźnie prostopadłej do M2, czyli Y-Z (płaszczyzna kartki). Pręt jest na Y, więc kreskowanie jest na Z.

Obciążenie działa w dół, więc włókna rozciągane będą na górze - wykres jest na górze.

**M3**

$q$  jest na osi Z, M3 jest na osi Z - nie ma wpływu.

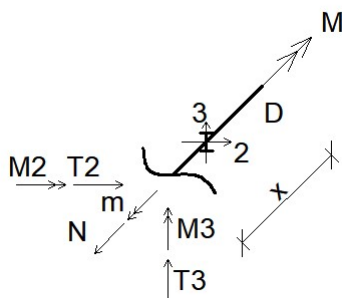
P jest na osi X, M3 jest na osi Z, ramię będzie na osi Y, czyli zmienna  $y$ . Wykres to będzie  $P \cdot y$ , czyli trójkąt od 0 do  $P \cdot a$ . Wykres będzie w płaszczyźnie prostopadłej do M3, czyli X-Y. Pręt jest na Y, więc kreskowanie będzie zgodnie z osią X. P działa "od nas w stronę kartki", wygina pręt "wgląd kartki", włókna rozciągane, czyli wykres, będą "po naszej stronie" - przed prętem.

**T2, T3 i N**

$q$  działa zgodnie z Z, tak jak T3. Siła T3 to będzie obciążenie \* długość, czyli  $q \cdot b$ .

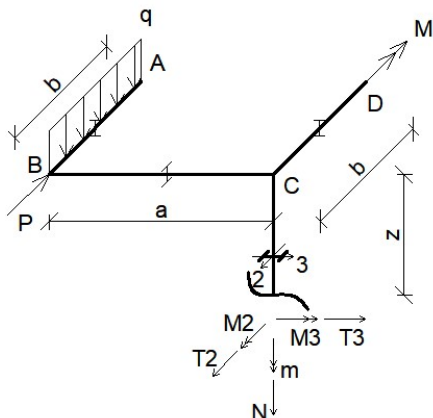
P działa zgodnie z T2. Siła T2 to będzie -P (minus, żeby była równowaga).

Nie ma siły normalnej.

**Pręt D-C**  $0 < x < b$ 

Z momentem skupionym jest tak jak z siłami skupionymi dla tnących i normalnych. Tutaj mamy tylko moment skręcający równy M (oba są na osi X, M jest przeciwne do  $m$ , więc  $m$  jest z plusem).

Moment M nie jest na tej samej osi co M2 ani M3. Moment skupiony nie ma wpływu na siły tnące i normalne. W takim razie mamy tylko  $m=M$ , a reszta równa 0.

**Pręt C-E**  $0 < z < c$ 

**m**

M nie jest na tym samym kierunku co  $m$  - nie ma wpływu.

$q$  jest na tym samym kierunku co  $m$  - nie ma wpływu.

P jest na kierunku X,  $m$  na kierunku Z, odległość jest więc na Y, czyli  $a$ .  $m$  będzie równe siła \* ramię, czyli  $P \cdot a$ .

Dodatnie, czy ujemne? Reguła prawej dłoni: kciuk wskazuje w dół, patrząc od góry palce kręcą zgodnie z ruchem wskazówek zegara. P też tak kręci względem tego pręta. Więc  $m$  będzie z minusem.

**M3**

M nie jest na tym samym kierunku co M3 - nie ma wpływu.

Wykres będzie na pewno w płaszczyźnie prostopadłej do M3, czyli X-Z, pręt jest na Z, więc kreskowanie będzie zgodnie z X. Wykres może być albo z przodu albo z tyłu pręta.

P jest na X, M3 jest na Y, więc ramię będzie na Z, czyli zmienna  $z$ . P popycha ramę od nas wgląd kartki, wykres więc będzie Po "naszej stronie", z przodu pręta.

$q$  jest na Z, M3 jest na Y, więc ramię będzie na X, czyli połowa  $b$ .  $q$  również przechyla ramę wgląd kartki, więc razem z P się dodadzą:

$$M3 = P \cdot z + q \cdot b \cdot b / 2$$

dla  $z=0$ , czyli w węźle C będzie  $M3 = q \cdot b \cdot b / 2$

dla  $z=c$ , czyli w węźle E będzie  $M3 = P \cdot c + q \cdot b \cdot b / 2$

**M2**

P jest na tym samym kierunku, co M2 - nie ma wpływu.

Wykres będzie w płaszczyźnie prostopadłej do M2, czyli Y-Z. Pręt jest na Z, więc kreskowanie będzie na Y. Wykres może być albo po lewej, albo prawej stronie pręta, narysowany w płaszczyźnie kartki.

q jest na Z, M2 jest na X, więc ramię jest na Y, czyli a. Moment od q to będzie  $q*b*a$ . Obciążenie ciągłe oprócz tego, że wychyla nam ramę od nas włąb kartki, to też wychyla ją w lewo, czyli wykres byłby po prawej stronie.

TERAZ WAŻNE:

M ma taki sam kierunek jak M2. Zgodnie z regułą prawej dłoni kciukiem wskazujemy na kartkę (tak jak M), a palce kręcą nam zgodnie z ruchem wskazówek zegara, więc M wychyla ramę w prawą stronę - odwrotnie niż q - wykres po lewej stronie.

więc:  $M2=q*b*a-M$ .

Po której stronie będzie więc wykres? Jeżeli M jest większe niż moment od q to po lewej, jeżeli moment od q jest większy niż M to po prawej - tak jak napisałem w drugim i trzecim akapicie tego fragmentu.

**T2, T3 i N**

P działa na tym kierunku, co T2, więc  $T2=P$ ,

Wykres T3 będzie narysowany na płaszczyźnie T2-Pręt i kreskowanie jest wzdłuż T2.

q działa na tym kierunku, co N, więc  $N=-q*b$ . Wartość N jest ujemna, bo q i N są w tą samą stronę, więc muszą się zrównoważyć.

Nie ma tu T3.

**Wykresy**