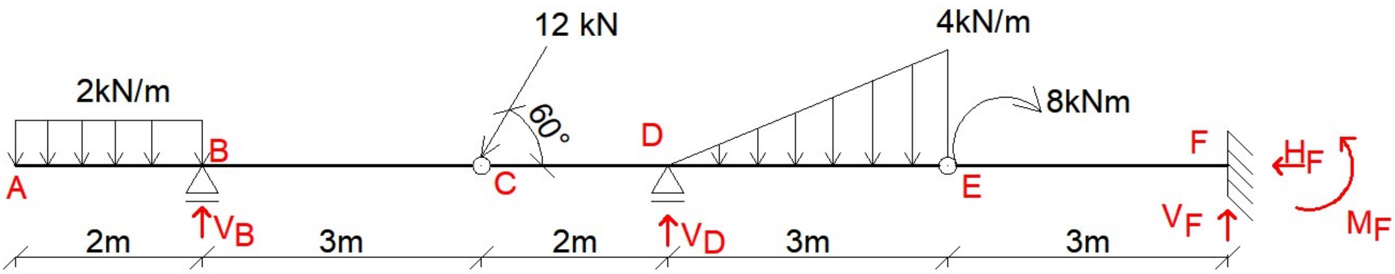
# Projekt nr I z mechaniki teoretycznej

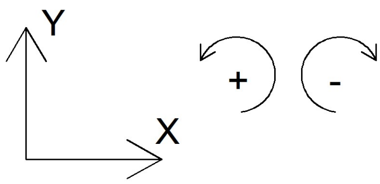
Wszystkie uwagi i objaśnienia będą zaznaczone na czerwono

Przykład wykonano w programie SMath Studio. Jest to darmowa alternatywa dla Mathcada. W większości działa tak jak Mathcad, nawet są te same skróty klawiaturowe, ale program nie ma ograniczeń wersji studenckiej Mathcada.

## Zad. 1. Reakcje w Belce




Ustalono kierunki dodatnie tak jak na rysunku:




W powyższej belce nazwano wszystkie węzły i zaznaczono reakcje.. Poniżej obliczono wartości reakcji z równań równowagi.

$\Sigma M_C^{\ L} = 0$ $\quad 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} \cdot \left(3\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_B \cdot 3\ \mathrm{m} = 0$

$$\boxed{V_B := \frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} \cdot \left(3\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right)}{3\ \mathrm{m}} = 5.3333\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma M_E^{\ L} = 0$ $\quad 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} \cdot \left(8\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_B \cdot 8\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{kN} \cdot \sin(60\ °) \cdot 5\ \mathrm{m} - V_D \cdot 3\ \mathrm{m} + 4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3\ \mathrm{m}}{3}\right) = 0$

$$\boxed{V_D := \frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} \cdot \left(8\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_B \cdot 8\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{kN} \cdot \sin(60\ °) \cdot 5\ \mathrm{m} + 4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3\ \mathrm{m}}{3}\right)}{3\ \mathrm{m}} = 17.0983\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma Y = 0$ $\quad -2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} - 12\ \mathrm{kN} \cdot \sin(60\ °) - 4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} + V_B + V_D + V_F = 0$

$$\boxed{V_F := 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{kN} \cdot \sin(60\ °) + 4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} - V_B - V_D = -2.0393\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma M_E^{\ P} = 0$ $\quad -8\ \mathrm{kN\ m} + V_F \cdot 3\ \mathrm{m} + M_F = 0$

$$\boxed{M_F := 8\ \mathrm{kN\ m} - V_F \cdot 3\ \mathrm{m} = 14.1179\ \mathrm{kN\ m}}$$

$\Sigma X = 0$ $\quad -12\ \mathrm{kN} \cdot \cos(60\ °) - H_F = 0$

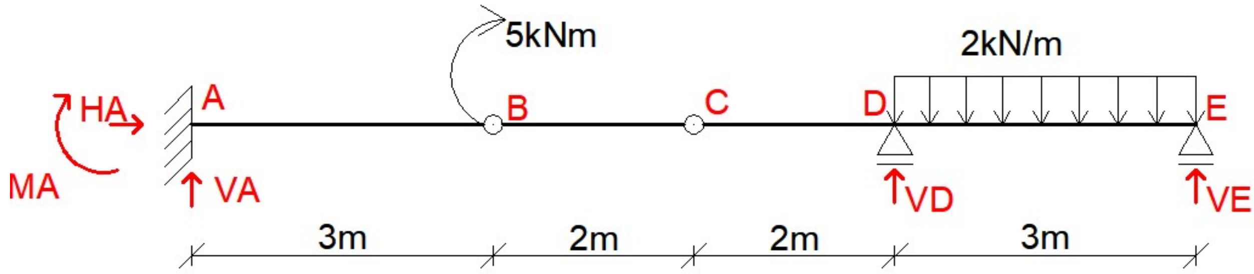
$$\boxed{H_F := -12\ \mathrm{kN} \cdot \cos(60\ °) = -6\ \mathrm{kN}}$$

Sprawdzenie: $\Sigma M_D = 0$

$$2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} \cdot \left(5\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_B \cdot 5\ \mathrm{m} + 12\ \mathrm{kN} \cdot \sin(60\ °) \cdot 2\ \mathrm{m} - V_D \cdot 0\ \mathrm{m} - 4\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(3\ \mathrm{m} \cdot \frac{2}{3}\right) - 8\ \mathrm{kN\ m} + V_F \cdot 6\ \mathrm{m} + M_F = -3.3954 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{kN\ m}$$

w przybliżeniu 0, warunek spełniony.

# Przykład rozwiązania belki, w której są dwa przeguby obok siebie.




$\Sigma X = 0 \qquad H_A = 0$

$H_A := 0$

Teraz nie ma żadnego równania, z którego da się od razu policzyć jakąś reakcję. Trzeba zrobić układ równań:

$$\begin{cases} \Sigma M_C^{\ P} = 0 \\ \Sigma M_B^{\ P} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -V_D \cdot 2\ \mathrm{m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 5\ \mathrm{m} = 0 \\ -V_D \cdot 4\ \mathrm{m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 7\ \mathrm{m} = 0 \end{cases}$$

$$V_D = \frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 7\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}}$$

$$-\frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 7\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 5\ \mathrm{m} = 0$$

$$V_E \cdot \left(\frac{7\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m}\right) - \frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right)}{4\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{V_E := \frac{\frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right)}{4\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} - 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right)}{\frac{7\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m}} = 3\ \mathrm{kN}}$$

$$\boxed{V_D := \frac{2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) - V_E \cdot 7\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}} = 3\ \mathrm{kN}}$$

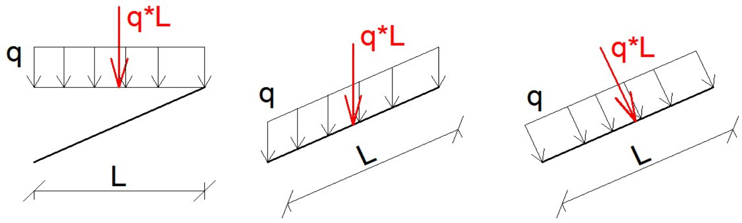
$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_D + V_E - 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} = 0$

$$\boxed{V_A := -V_D - V_E + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot 3\ \mathrm{m} = 0\ \mathrm{kN}}$$

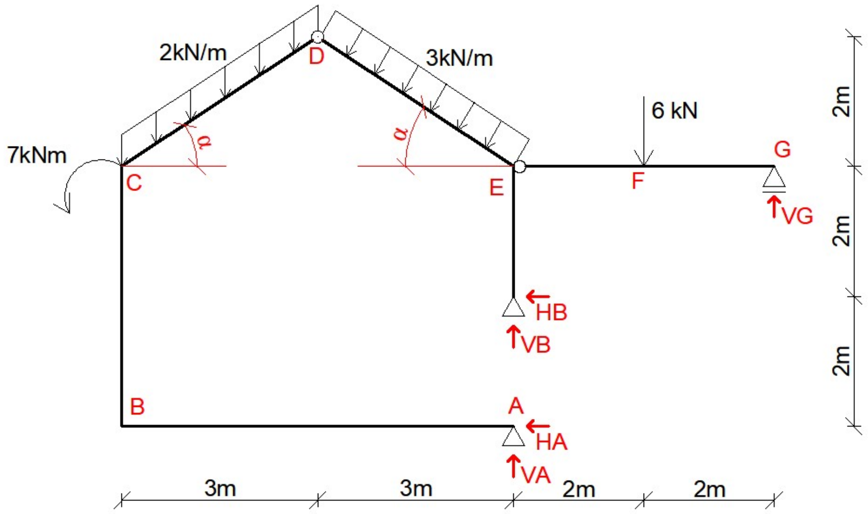
$\Sigma M_B^{\ L} = 0 \qquad -V_A \cdot 3\ \mathrm{m} - M_A - 5\ \mathrm{kN\ m} = 0$

$$\boxed{M_A := -V_A \cdot 3\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{kN\ m} = -5\ \mathrm{kN\ m}}$$

# Zad. 2. Reakcje w ramie płaskiej




Proszę pamiętać, jak rozpatrujemy obciążenie ciągłe na prętach ukośnych:




$$L := \sqrt{(2\ \mathrm{m})^2 + (3\ \mathrm{m})^2} = 3.6056\ \mathrm{m} \qquad \sin(\alpha) = \frac{2\ \mathrm{m}}{L} \qquad \cos(\alpha) = \frac{3\ \mathrm{m}}{L} \qquad \alpha := \arcsin\left(\frac{2\ \mathrm{m}}{L}\right)$$

Główną trudnością jest znalezienie kolejności równań. Nie ma na to uniwersalnej recepty, trzeba sobie wyćwiczyć intuicję, rozwiązując zadania.

$$\Sigma M_E^{\ P} = 0 \qquad -6\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m} + V_G \cdot 4\ \mathrm{m} = 0$$

$$\boxed{V_G := \frac{6\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{m}} = 3\ \mathrm{kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-H_A \cdot 2\ \mathrm{m} + V_A \cdot 0 + 7\ \mathrm{kN\ m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L \cdot \left(3\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \cos(\alpha) \cdot L \cdot \frac{3\ \mathrm{m}}{2} + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \sin(\alpha) \cdot L \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - 6\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m} + V_G \cdot 4\ \mathrm{m} = 0$$

$$\boxed{H_A := \frac{7\ \mathrm{kN\ m} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L \cdot \left(3\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \cos(\alpha) \cdot L \cdot \frac{3\ \mathrm{m}}{2} + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \sin(\alpha) \cdot L \cdot \left(2\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) - 6\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m} + V_G \cdot 4\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{m}} = 35.475\ \mathrm{kN}}$$

$$\Sigma X = 0 \qquad -H_A - H_B - 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \sin(\alpha) \cdot L = 0$$

$$\boxed{H_B := -H_A - 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \sin(\alpha) \cdot L = -41.475\ \mathrm{kN}}$$

$$\Sigma M_D^{\ L} = 0 \qquad 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L \cdot \frac{3\ \mathrm{m}}{2} + 7\ \mathrm{kN\ m} + V_A \cdot 3\ \mathrm{m} - H_A \cdot 6\ \mathrm{m} = 0$$

$$\boxed{V_A := \frac{-2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L \cdot \frac{3\ \mathrm{m}}{2} - 7\ \mathrm{kN\ m} + H_A \cdot 6\ \mathrm{m}}{3\ \mathrm{m}} = 65.0111\ \mathrm{kN}}$$

$$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_B + V_G - 6\ \mathrm{kN} - 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L - 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \cos(\alpha) \cdot L = 0$$

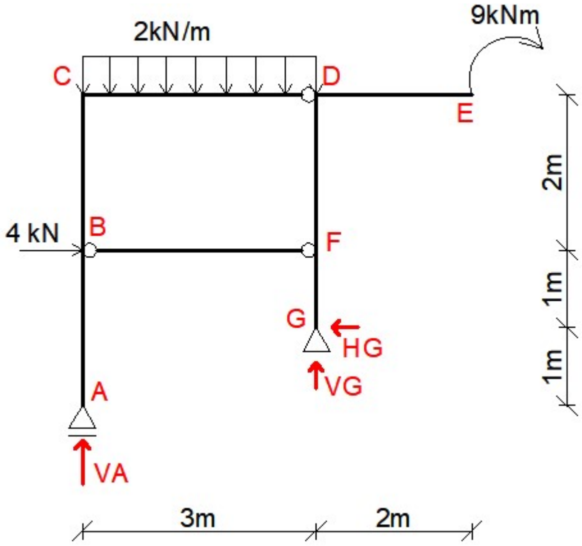
$$\boxed{V_B := -V_A - V_G + 6\ \mathrm{kN} + 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \cos(\alpha) \cdot L = -45.8\ \mathrm{kN}}$$

Sprawdzenie: $\Sigma M_B = 0$

$$V_A \cdot 6\ \mathrm{m} + 7\ \mathrm{kN\ m} - 2\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot L \cdot \frac{3\ \mathrm{m}}{2} - 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \cos(\alpha) \cdot L \cdot \left(3\ \mathrm{m} + \frac{3\ \mathrm{m}}{2}\right) + 3\ \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}} \cdot \sin(\alpha) \cdot L \cdot \left(4\ \mathrm{m} + \frac{2\ \mathrm{m}}{2}\right) + V_B \cdot 6\ \mathrm{m} + H_B \cdot 2\ \mathrm{m} + V_G \cdot 10\ \mathrm{m} - 6\ \mathrm{kN} \cdot 8\ \mathrm{m} = 0$$

Wynik równy 0, warunek spełniony.

# Zad. 3. Obliczenie sił w ściągu




Obliczenie reakcji:

$\Sigma X = 0 \qquad -H_G + 4\ \text{kN} = 0$

$\boxed{H_G := 4\ \text{kN}}$

$\Sigma M_G = 0 \qquad -V_A \cdot 3\ \text{m} + 2\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} \cdot \dfrac{3\ \text{m}}{2} - 4\ \text{kN} \cdot 1\ \text{m} - 9\ \text{kN m} = 0$

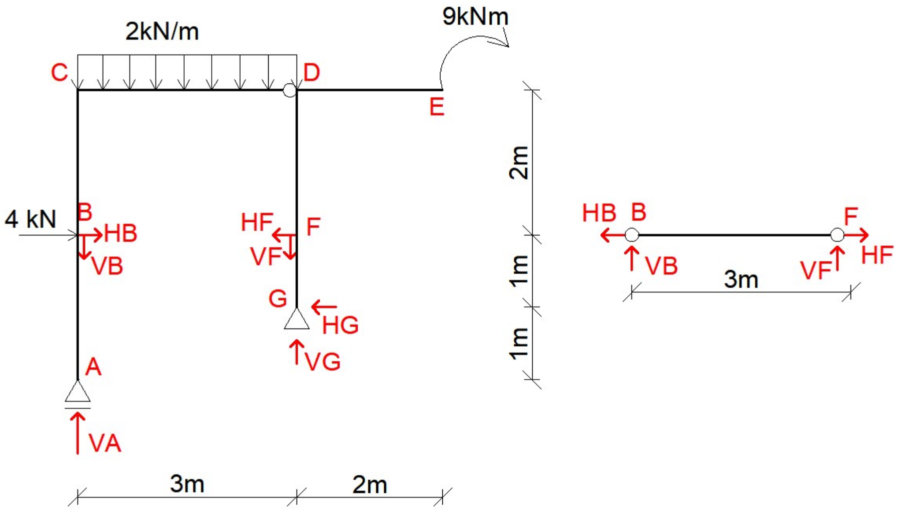
$$\boxed{V_A := \frac{2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2} - 4\ \text{kN} \cdot 1\ \text{m} - 9\ \text{kN m}}{3\ \text{m}} = -1.3333\ \text{kN}}$$

$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_G - 2\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} = 0$

$$\boxed{V_G := -V_A + 2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} = 7.3333\ \text{kN}}$$

Wyciągamy ściąg z ramy i zastępujemy go siłami, które też liczymy:

Uwaga! siły VB, HB, VF, HF mogą mieć dowolne zwroty, ale na ściągu powinny być odwrotnie niż na ramie.




Przykładowa kolejność obliczeń:

Równowaga w ściągu:

$\Sigma M_B = 0 \qquad V_F \cdot 3\ \text{m} = 0$

$\boxed{V_F := 0}$

$\Sigma Y = 0 \qquad V_B + V_F = 0$

$\boxed{V_B := -V_F = 0}$

Równowaga w ramie:

$\Sigma M_D^{\ L} = 0 \qquad -V_A \cdot 3\ \text{m} + 4\ \text{kN} \cdot 2\ \text{m} + V_B \cdot 3\ \text{m} + H_B \cdot 2\ \text{m} + 2\ \dfrac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} \cdot \dfrac{3\ \text{m}}{2} = 0$

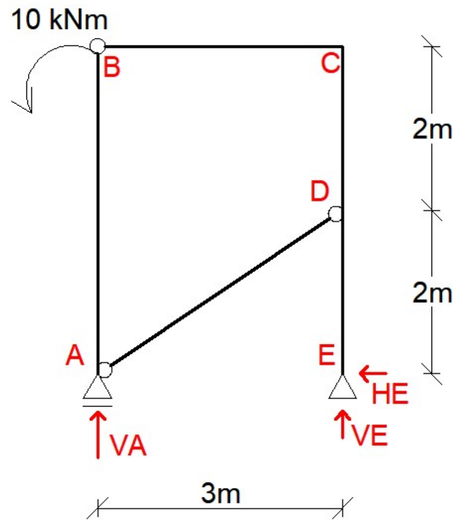
$$\boxed{H_B := \frac{V_A \cdot 3\ \text{m} - 4\ \text{kN} \cdot 2\ \text{m} - V_B \cdot 3\ \text{m} - 2\ \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 3\ \text{m} \cdot \frac{3\ \text{m}}{2}}{2\ \text{m}} = -10.5\ \text{kN}}$$

Równowaga w ściągu:

$\Sigma X = 0 \qquad -H_B + H_F = 0$

$\boxed{H_F := H_B = -10.5\ \text{kN}}$

# Przykład z prętem ukośnym




Obliczenie reakcji:

$\Sigma X = 0 \qquad -H_E = 0$

$\boxed{H_E := 0}$

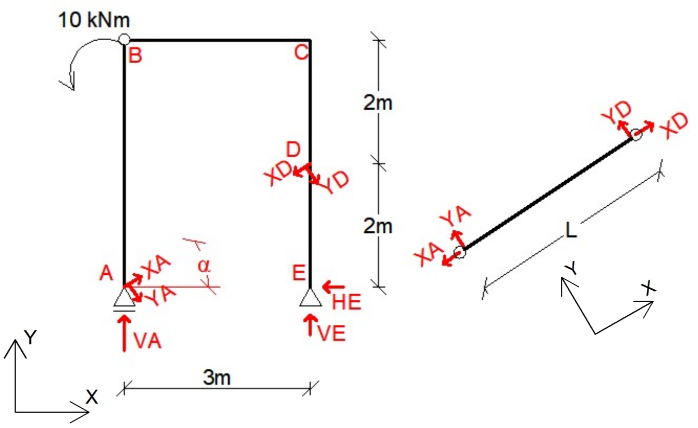
$\Sigma M_A = 0 \qquad -10\ \mathrm{kN\ m} - V_E \cdot 3\ \mathrm{m} = 0$

$$\boxed{V_E := \frac{-10\ \mathrm{kN\ m}}{3\ \mathrm{m}} = -3.3333\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_E = 0$

$\boxed{V_A := -V_E = 3.3333\ \mathrm{kN}}$

Tym razem po wyciągnięciu ściągu siły umieszczamy pod ukosem (prostopadle i równolegle do pręta).
W ramie układ współrzędnych będzie normalnie, a w ściągu pod ukosem.




$$L := \sqrt{(2\ \mathrm{m})^2 + (3\ \mathrm{m})^2} = 3.6056\ \mathrm{m}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{2\ \mathrm{m}}{L} \qquad \cos(\alpha) = \frac{3\ \mathrm{m}}{L}$$

$$\alpha := \arcsin\left(\frac{2\ \mathrm{m}}{L}\right)$$

Równowaga w ściągu:

$\Sigma M_A = 0 \qquad Y_D \cdot L = 0$

$\boxed{Y_D := 0}$

$\Sigma Y = 0 \qquad Y_D + Y_A = 0$

$\boxed{Y_A := -Y_D = 0}$

Równowaga w ramie:

$$\Sigma M_B^{\ P} = 0 \qquad V_E \cdot 3\ \mathrm{m} - H_E \cdot 4 \cdot m - X_D \cdot \cos(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m} - X_D \cdot \sin(\alpha) \cdot 3\ \mathrm{m} + Y_D \cdot \sin(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m} - Y_D \cdot \cos(\alpha) \cdot 3\ \mathrm{m} = 0$$

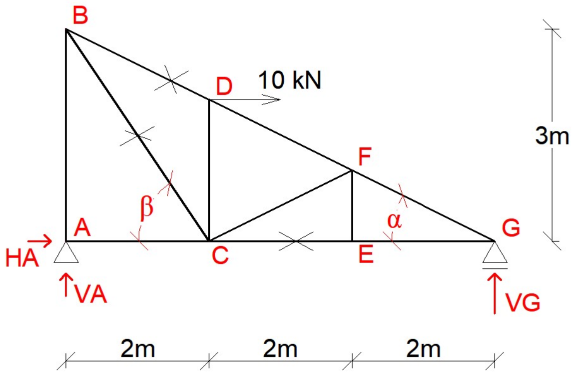
$$\boxed{X_D := \frac{V_E \cdot 3\ \mathrm{m} - H_E \cdot 4 \cdot m + Y_D \cdot \sin(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m} - Y_D \cdot \cos(\alpha) \cdot 3\ \mathrm{m}}{\cos(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m} + \sin(\alpha) \cdot 3\ \mathrm{m}} = -3.0046\ \mathrm{kN}}$$

Równowaga w ściągu:

$\Sigma X = 0 \qquad -X_A + X_D = 0$

$\boxed{X_A := X_D = -3.0046\ \mathrm{kN}}$

# Zad. 4. Siły wewnętrzne w kratownicy




Reakcje:

$\Sigma X = 0 \qquad H_A + 10\ \mathrm{kN} = 0$

$$\boxed{H_A := -10\ \mathrm{kN} = -10\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma M_A = 0 \qquad -10\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m} + V_G \cdot 6\ \mathrm{m} = 0$

$$\boxed{V_G := \frac{10\ \mathrm{kN} \cdot 2\ \mathrm{m}}{6\ \mathrm{m}} = 3.3333\ \mathrm{kN}}$$

$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_G = 0$

$$\boxed{V_A := -V_G = -3.3333\ \mathrm{kN}}$$

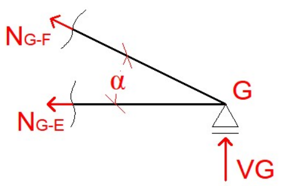
$$\sin(\alpha) = \frac{1\ \mathrm{m}}{\sqrt{(1\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}} \qquad \cos(\alpha) = \frac{2\ \mathrm{m}}{\sqrt{(1\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}} \qquad \alpha := \arcsin\left(\frac{1\ \mathrm{m}}{\sqrt{(1\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{3\ \mathrm{m}}{\sqrt{(3\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}} \qquad \cos(\beta) = \frac{2\ \mathrm{m}}{\sqrt{(3\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}} \qquad \beta := \arcsin\left(\frac{3\ \mathrm{m}}{\sqrt{(3\ \mathrm{m})^2 + (2\ \mathrm{m})^2}}\right)$$

Wycinamy po kolei węzły, w których są dwie niewiadome (pręty z dwoma prętami, w których siła normalna nie jest znana). Różnych kombinacji kolejności rozwiązania jest dużo, np. można zacząć od węzła G albo od węzła A.

Jeśli jeden pręt jest ukośny, a drugi poziomy, to zaczynamy od ΣY a potem ΣX,
jeśli jeden pręt jest ukośny, a drugi pionowy, to zaczynamy od ΣX, a potem ΣY,
jeśli oba pręty są ukośne to robimy układ równań ΣX i ΣY,
jeśli jeden pręt jest pionowy, a drugi poziomy to obliczamy równania ΣX i ΣY w dowolnej kolejności.

Węzeł G:



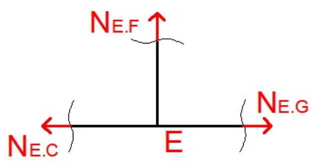

$\Sigma Y = 0 \qquad V_G + N_{G.F} \cdot \sin(\alpha) = 0$

$$N_{G.F} := \frac{-V_G}{\sin(\alpha)} = -7.4536\ \mathrm{kN} \qquad N_{F.G} := N_{G.F}$$

$\Sigma X = 0 \qquad -N_{G.E} - N_{G.F} \cdot \cos(\alpha) = 0$

$$N_{G.E} := -N_{G.F} \cdot \cos(\alpha) = 6.6667\ \mathrm{kN} \qquad N_{E.G} := N_{G.E}$$

Węzeł E:



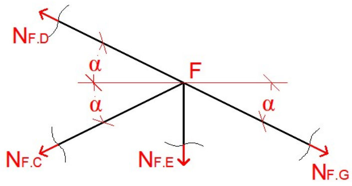

$\Sigma X = 0 \qquad -N_{E.C} + N_{E.G} = 0$

$$N_{E.C} := N_{E.G} = 6.6667\ \mathrm{kN} \qquad N_{C.E} := N_{E.C}$$

$\Sigma Y = 0 \qquad N_{E.F} = 0$

$$N_{E.F} := 0 \qquad N_{F.E} := N_{E.F}$$

Węzeł F:




$$\begin{cases} \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -N_{F.D} \cdot \cos(\alpha) - N_{F.C} \cdot \cos(\alpha) + N_{F.G} \cdot \cos(\alpha) = 0 \\ N_{F.D} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.C} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.G} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.E} = 0 \end{cases}$$

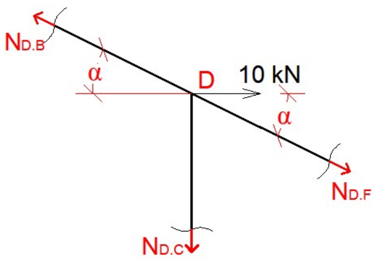
$$N_{F.D} := \frac{-N_{F.C} \cdot \cos(\alpha) + N_{F.G} \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\left(-N_{F.C} + N_{F.G}\right) \cdot \sin(\alpha) - N_{F.C} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.G} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.E} = 0$$

$$N_{F.C} := \frac{N_{F.G} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.G} \cdot \sin(\alpha) - N_{F.E}}{2 \cdot \sin(\alpha)} = 0 \qquad N_{C.F} := N_{F.C}$$

$$N_{F.D} := \frac{-N_{F.C} \cdot \cos(\alpha) + N_{F.G} \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} = -7.4536 \text{ kN} \qquad N_{D.F} := N_{F.D}$$

Węzeł D:



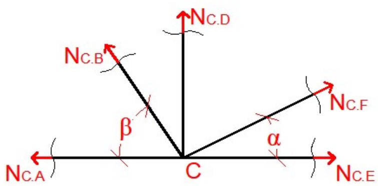

$$\Sigma X = 0 \qquad -N_{D.B} \cdot \cos(\alpha) + N_{D.F} \cdot \cos(\alpha) + 10 \text{ kN} = 0$$

$$N_{D.B} := \frac{N_{D.F} \cdot \cos(\alpha) + 10 \text{ kN}}{\cos(\alpha)} = 3.7268 \text{ kN} \qquad N_{B.D} := N_{D.B}$$

$$\Sigma Y = 0 \qquad N_{D.B} \cdot \sin(\alpha) - N_{D.F} \cdot \sin(\alpha) - N_{D.C} = 0$$

$$N_{D.C} := N_{D.B} \cdot \sin(\alpha) - N_{D.F} \cdot \sin(\alpha) = 5 \text{ kN} \qquad N_{C.D} := N_{D.C}$$

Węzeł C:



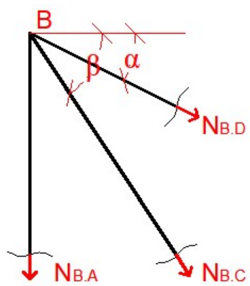

$$\Sigma Y = 0 \qquad N_{C.B} \cdot \sin(\beta) + N_{C.D} + N_{C.F} \cdot \sin(\alpha) = 0$$

$$N_{C.B} := \frac{-N_{C.D} - N_{C.F} \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = -6.0093 \text{ kN} \qquad N_{B.C} := N_{C.B}$$

$$\Sigma X = 0 \qquad -N_{C.A} - N_{C.B} \cdot \cos(\beta) + N_{C.F} \cdot \cos(\alpha) + N_{C.E} = 0$$

$$N_{C.A} := -N_{C.B} \cdot \cos(\beta) + N_{C.F} \cdot \cos(\alpha) + N_{C.E} = 10 \text{ kN} \qquad N_{A.C} := N_{C.A}$$

Węzeł B:




$$\Sigma Y = 0 \qquad -N_{B.A} - N_{B.C} \cdot \sin(\beta) - N_{B.D} \cdot \sin(\alpha) = 0$$

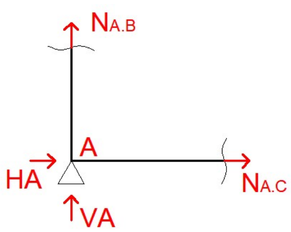
$$N_{B.A} := -N_{B.C} \cdot \sin(\beta) - N_{B.D} \cdot \sin(\alpha) = 3.3333 \text{ kN} \qquad N_{A.B} := N_{B.A}$$

Sprawdzenie:

$$\Sigma X = 0 \qquad N_{B.C} \cdot \cos(\beta) + N_{B.D} \cdot \cos(\alpha) = 1.9024 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$$

Warunek spełniony

Węzeł A:




Sprawdzenie:

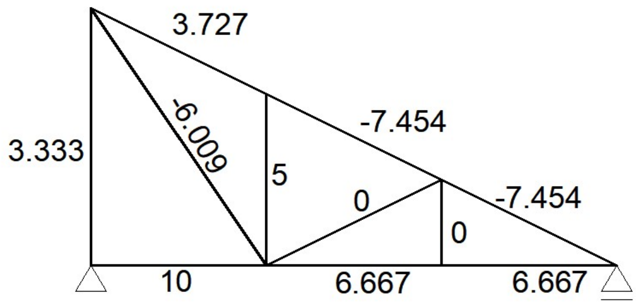
$$\Sigma X = 0 \qquad H_A + N_{A.C} = -4.6166 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$$

Warunek spełniony

$$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + N_{A.B} = -1.4092 \cdot 10^{-14} \text{ kN}$$

Warunek spełniony

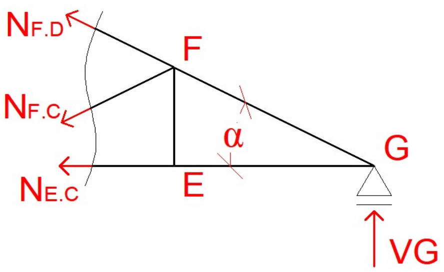
# Wykres N [kN]




# Sprawdzenie metodą Rittera

Sprawdzamy trzy pręty zaznaczone X.
UWAGA! Jeżeli komuś w temacie nie zaznaczyłem prętów, proszę wybrać sobie trzy dowolne pręty.

Pręt E.C:



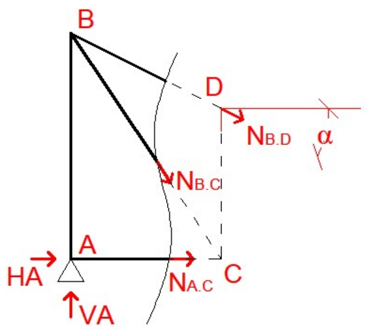

Przecinamy przez trzy pręty, które nie zbiegają się w jednym punkcie. Szukamy siły normalnej NE.C. Dwa pozostałe przecięte pręty to NF.D i NF.C. Ich punkt wspólny to F. Robimy ΣMF.

$$\Sigma M_F = 0 \qquad -N_{E.C} \cdot 1\ \mathrm{m} + V_G \cdot 2\ \mathrm{m} = 0$$

$$N_{E.C} := \frac{V_G \cdot 2\ \mathrm{m}}{1\ \mathrm{m}} = 6.6667\ \mathrm{kN}$$

Tyle samo co z metody równoważenia węzłów.

Pręt B.D:



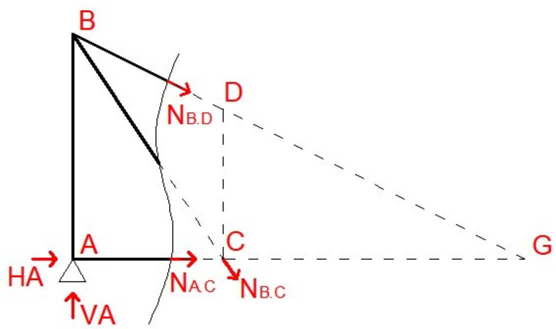

Pręt B.D jest ukośny, więc trzeba siłę normalną umieścić albo w punkcie B albo D i siłę rozbić na składowe, poziomą i pionową. Umieszczamy NB.D w punkcie D.

$$\Sigma M_C = 0 \qquad -V_A \cdot 2\ \mathrm{m} - N_{B.D} \cdot \cos(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m} + N_{B.D} \cdot \sin(\alpha) \cdot 0 = 0$$

$$N_{B.D} := \frac{-V_A \cdot 2\ \mathrm{m}}{\cos(\alpha) \cdot 2\ \mathrm{m}} = 3.7268\ \mathrm{kN}$$

Tyle samo co z metody równoważenia węzłów.

Pręt B.C:




Sytuacja podobna, jak wyżej. Pręt B.C jest ukośny, umieszczamy Siłę NB.C w punkcie C i rozbijamy na składowe. Punkt wspólny dwóch pozostałych prętów to G.

$$\Sigma M_G = 0 \qquad -V_A \cdot 6\ \mathrm{m} + N_{B.C} \cdot \sin(\beta) \cdot 4\ \mathrm{m} = 0$$

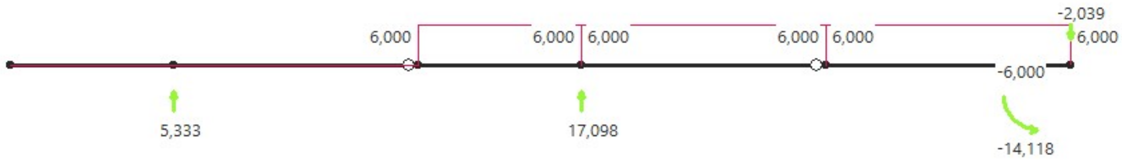
$$N_{B.C} := \frac{V_A \cdot 6\ \mathrm{m}}{\sin(\beta) \cdot 4\ \mathrm{m}} = -6.0093\ \mathrm{kN}$$

Tyle samo co z metody równoważenia węzłów.

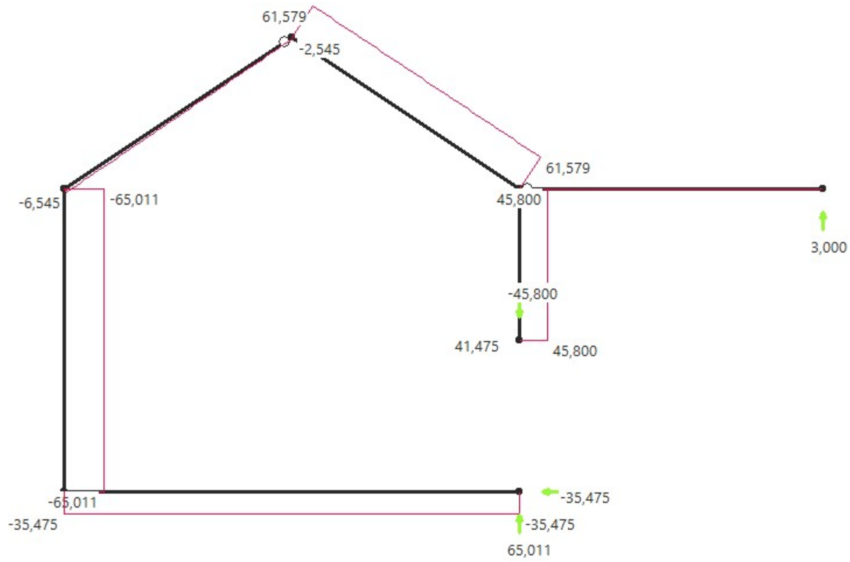
Jeżeli dwa pozostałe pręty nie mają punktu wspólnego, bo są do siebie równoległe, to należy zamiast sumy momentów wykorzystać równanie sumy rzutów na oś (jeśli pręty są poziome to zrobić ΣY, a jeśli pionowe to ΣX).

# Wydruki z programu Soldis, bądź innego programu MES:

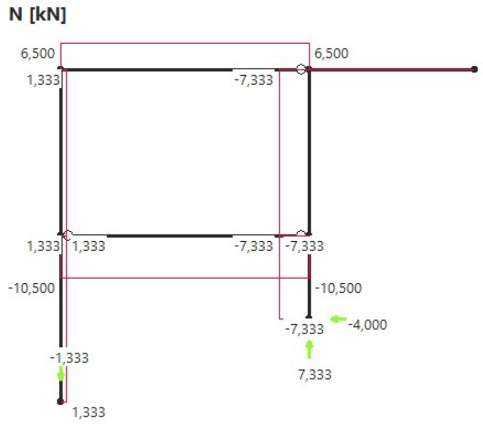
Zad. 1. Wymagany jest rysunek z wynikami reakcji. Instrukcja obsługi Soldisa jest u mnie na stronie w zakładce "Informacje dla studentów".




Zad. 2. Wymagany jest rysunek z wynikami reakcji.




Zad. 3. Wymagany jest rysunek z wynikami reakcji i wykres sił normalnych.




Zad. 4. Wymagany jest rysunek z wynikami reakcji i wykres sił normalnych.