$$E := 210 \cdot 10^{3} \cdot MPa \qquad \nu := 0.3$$

$$G := \frac{E}{2(1 + \nu)} = 8.077 \times 10^{4} \cdot MPa$$

$$Jz := 11280 \cdot cm^{4} \qquad Jy := 3920 \cdot cm^{4} \qquad Jx := 103 \cdot cm^{4}$$



$$\begin{split} \delta_{11} &\coloneqq \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + 3 \cdot 5 \cdot 3\right) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Z} + (4 \cdot 5 \cdot 4) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Y} + (4 \cdot 3 \cdot 4) \cdot \frac{m^3}{G \cdot J_X} = 0.59 \text{ m} \cdot \frac{1}{kN} \\ \delta_{12} &\coloneqq (0) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Z} + \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4\right) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Y} + 0 \cdot \frac{m^3}{G \cdot J_X} = 6.074 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \frac{1}{kN} \\ \delta_{22} &\coloneqq (0) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Z} + \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} 5\right) \cdot \frac{m^3}{E \cdot J_Y} + (3 \cdot 5 \cdot 3) \cdot \frac{m^3}{G \cdot J_X} = 0.547 \text{ m} \cdot \frac{1}{kN} \\ \Delta_{1p} &\coloneqq \left[\frac{-1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 80 + \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \frac{10 \cdot 4^2}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 20 - \frac{2}{3} \cdot 100\right) - 3 \cdot 5 \cdot 75\right] \cdot \frac{kN \cdot m^3}{E \cdot J_Z} \dots \\ &+ \left[(-4 \cdot 5 \cdot 80) \cdot \frac{kN \cdot m^3}{E \cdot J_Y} + (-4 \cdot 3 \cdot 80) \cdot \frac{kN \cdot m^3}{G \cdot J_X}\right] \end{split}$$

 $\Delta_{1p} = -11.806 \,\mathrm{m}$ 

$$\Delta_{2p} := (0) \cdot \frac{\mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}^3}{\mathrm{E} \cdot \mathrm{Jz}} + \left(\frac{-1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 80\right) \cdot \frac{\mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}^3}{\mathrm{E} \cdot \mathrm{Jy}} + (-3 \cdot 5 \cdot 40) \cdot \frac{\mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}^3}{\mathrm{G} \cdot \mathrm{Jx}}$$
$$\Delta_{2p} = -7.356 \,\mathrm{m}$$

Rozewiązanie układu równań

$$\mathbf{D} := \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{12} & \delta_{22} \end{pmatrix} \qquad \mathbf{P} := \begin{pmatrix} -\Delta_{1p} \\ -\Delta_{2p} \end{pmatrix}$$

$$X := D^{-1} \cdot P$$
  $X = \begin{pmatrix} 19.87874 \\ 13.22464 \end{pmatrix} \cdot kN$ 

Momenty												
		Stan X1=1			Stan X2=1			Stan P			Most	
	Mx	My	Mz	Mx	My	Mz	Mx	My	Mz	Mx	My	Mz
A-B	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B-A	0	0	4	0	0	0	0	-40	-80	0	-40	-0.484
B-C	4	0	0	0	0	0	-80	-40	20	-0.484	-40	20
C-B	4	0	3	0	-3	0	-80	40	-100	-0.484	0.325	-40.363
C-D	0	-4	-3	-3	0	0	40	80	100	0.325	0.484	40.363
D-C	0	-4	-3	-3	-5	0	40	80	50	0.325	-65.641	-9.637
TNĄCE												
		Stan X1=1		Stan X2=1		Stan P		Siły ost				
	Nx	Ту	Tz	Nx	Ту	Tz	Nx	Ту	Tz	Nx	Ту	Tz
A-B	0	1	0	0	0	0	0	0	10	0	19.879	10
B-A	0	-1	0	0	0	0	0	40	-10	0	20.121	-10
B-C	0	1	0	0	0	-1	-10	-40	0	-10	-20.121	-13.225
C-B	0	-1	0	0	0	1	-10	40	0	-10	20.121	13.225
C-D	1	0	0	0	0	-1	-40	-10	0	-20.121	-10	-13.225
D-C	1	0	0	0	0	1	-40	10	0	-20.121	10	13.225
REAKCJE												
	Stan X1=1	Stan X2=1	Stan P	Rost								
RDX	0	1	0	13.225								
RDY	0	0	-10	-10								
RDZ	-1	0	40	20.121								
MDX	3	0	-50	9.637								
MDY	4	5	-80	65.641								
MDZ	0	3	-40	-0.325								

Sprawdzenie kinematyczne

$$\begin{split} u_{Az} &= \int \frac{M1y \cdot Mosty}{E \cdot Jy} \, ds + \int \frac{M1z \cdot Mostz}{E \cdot Jz} \, ds + \int \frac{M1x \cdot Mostx}{G \cdot Jx} \, ds \\ u_{Az} &:= \left[ \frac{-1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.484 + \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \frac{10 \cdot 4^2}{8} \frac{1}{2} 4 + \frac{1}{2} 3 \cdot 3 \cdot \left( \frac{1}{3} 20 - \frac{2}{3} 40.363 \right) + 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} (9.627 - 40.363) \right] \cdot \frac{kN \cdot m^3}{E \cdot Jz} \dots \\ &+ \left[ \left[ 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} (65.641 - 0.484) \right] \cdot \frac{kN \cdot m^3}{E \cdot Jy} + (-4 \cdot 3 \cdot 0.484) \cdot \frac{kN \cdot m^3}{G \cdot Jx} \right] \\ u_{Az} &= 1.539 \times 10^{-4} \, m \end{split}$$

błąd względny

$$blad1 := \frac{\left|u_{Az}\right|}{\left|\Delta_{1p}\right|} = 1.303 \times 10^{-3} \cdot \%$$

$$u_{Bx} = \int \frac{M2y \cdot Mosty}{E \cdot Jy} \, ds + \int \frac{M2z \cdot Mostz}{E \cdot Jz} \, ds + \int \frac{M2x \cdot Mostx}{G \cdot Jx} \, ds$$

$$u_{Bx} := (0) \cdot \frac{kN \cdot m^{3}}{E \cdot Jz} + \left[\frac{-1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}(40 + 0.325) + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}(65.641 - 0.484)\right] \cdot \frac{kN \cdot m^{3}}{E \cdot Jy} + (-3 \cdot 5 \cdot 0.325) \cdot \frac{kN \cdot m^{3}}{G \cdot Jx}$$

 $u_{Bx} = -0.02 \text{ m}$ 

blad2 := 
$$\frac{\left|\mathbf{u}_{\mathrm{Bx}}\right|}{\left|\Delta_{2p}\right|} = 0.274 \cdot \%$$

Sprawdzenie statyczne

RDx := -13.225 + 13.225 = 0

RDy := 10 - 10 = 0

RDz := -40 + 19.879 + 20.121 = 0

MDx := -10.5 - 20 + 40.3 + 9.637 - 19.879.3 = 0

 $MDy := -19.879 \cdot 4 + 10 \cdot 4 \cdot 2 - 13.225 \cdot 5 + 65.641 = 0$ 

MDz := -0.325 + 10.4 - 13.225.3 = 0





