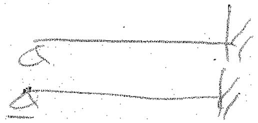
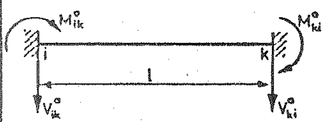
Funkcje te w mechanice budowli mają następujące tradycyjne oznaczenie (por. [8] s. 207 – 209):

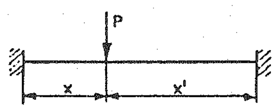
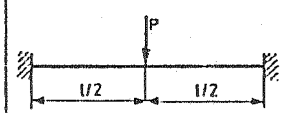
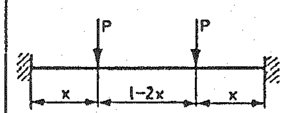
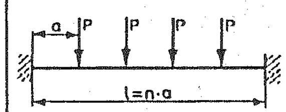
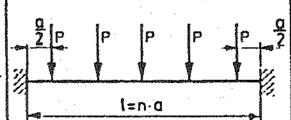
$$1-3\xi^2+2\xi^3=3\xi'^2-2\xi'^3=\varrho_1(\xi),$$
$$\xi'=1-\xi;$$
$$3\xi^2-2\xi^3=\varrho_1(\xi'),\qquad (4\text{–}27)$$
$$\xi-2\xi^2+\xi^3=\xi\xi'^2=\omega_1(\xi),$$
$$\xi^2-\xi^3=\xi^2\xi'=\omega_1(\xi').$$



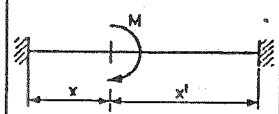
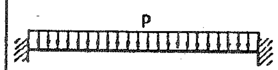
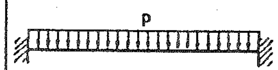
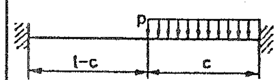
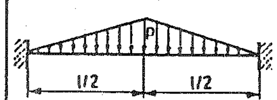
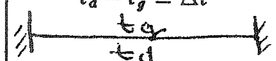
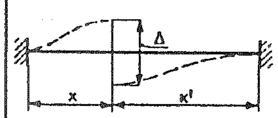
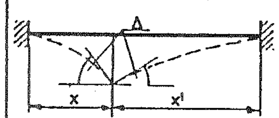
Tablica 4-1



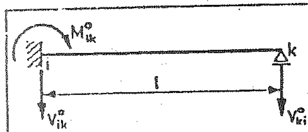
$\xi=\frac{x}{l},\quad \xi'=1-\xi=\frac{x'}{l},\quad \gamma=\frac{c}{l},$
$\omega_1(\xi)=\xi-2\xi^2+\xi^3,\quad \varrho_1(\xi)=1-3\xi^2+2\xi^3$

Lp.	V^0_{ik}	M^0_{ik}	schemat	M^0_{ki}	V^0_{ki}
1	$-P\varrho_1(\xi)$	$-Pl\omega_1(\xi)$		$+Pl\omega_1(\xi')$	$-P\varrho_1(\xi')$
2	$-\frac{P}{2}$	$-\frac{Pl}{8}$		$\frac{Pl}{8}$	$-\frac{P}{2}$
3	$-P$	$-Pl\xi\xi'$		$Pl\xi\xi'$	$-P$
4	$-\frac{n-1}{2}P$	$-\left(\frac{n^2-1}{n}\right)\frac{Pl}{12}$		$\left(\frac{n^2-1}{n}\right)\frac{Pl}{12}$	$-\frac{n-1}{2}P$
5	$-\frac{n}{2}P$	$-\left(\frac{2n^2+1}{2n}\right)\frac{Pl}{12}$		$\left(\frac{2n^2+1}{2n}\right)\frac{Pl}{12}$	$-\frac{n}{2}P$

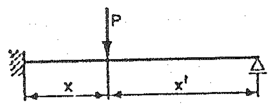
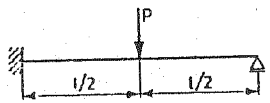
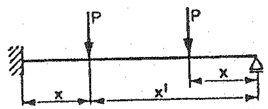
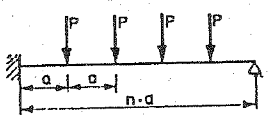
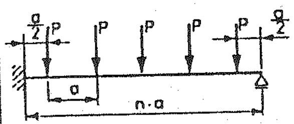
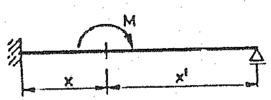
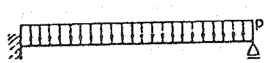
Tablica 4-1 cd.

Lp.	V^0_{ik}	M^0_{ik}	schemat	M^0_{ki}	V^0_{ki}
6	$6\frac{M}{l}\xi\xi'$	$M\xi'(2-3\xi')$		$M\xi(2-3\xi)$	$-6\frac{M}{l}\xi\xi'$
7	$-\frac{pl}{2}$	$-\frac{pl^2}{12}$		$\frac{pl^2}{12}$	$-\frac{pl}{2}$
8	$-\frac{pc}{2}\gamma^2(2-\gamma)$	$-\frac{pc^2}{12}\gamma(4-3\gamma)$		$\frac{pc^2}{12}(6-8\gamma+3\gamma^2)$	$-\frac{pc}{2}(2-2\gamma^2+\gamma^3)$
9	$-\frac{pc}{2}$	$-\frac{pl^2}{24}\gamma(3-\gamma^2)$		$\frac{pl^2}{24}\gamma(3-\gamma^2)$	$-\frac{pc}{2}$
10	$-\frac{3}{20}pl$	$-\frac{pl^2}{30}$		$\frac{pl^2}{20}$	$-\frac{7}{20}pl$
11	$-\frac{pl}{4}$	$-\frac{5}{96}pl^2$		$\frac{5}{96}pl^2$	$-\frac{pl}{4}$
12	0	$-EJ\frac{\alpha_t\Delta t}{h}$	różnica temperatur $t_d-t_g=\Delta t$ 	$EJ\frac{\alpha_t\Delta t}{h}$	0
13	$\frac{12EJ}{l^3}\Delta$	$\frac{6EJ}{l^2}\Delta$		$\frac{6EJ}{l^2}\Delta$	$-\frac{12EJ}{l^3}\Delta$
14	$(2\xi-1)\frac{6EJ}{l^2}\Delta$	$(\frac{3}{2}\xi-1)\frac{4EJ}{l}\Delta$		$(3\xi-1)\frac{2EJ}{l}\Delta$	$(1-2\xi)\frac{6EJ}{l^2}\Delta$

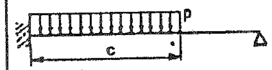
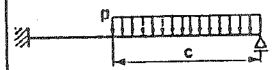
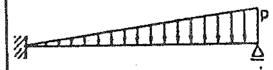
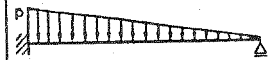
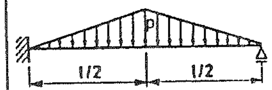
Tablica 4-2



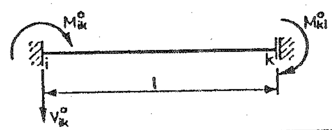
$\xi = \frac{x}{l}, \quad \gamma = \frac{c}{l} \quad \omega_2(\xi) = \frac{1}{2}(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3),$
$\xi' = 1 - \xi = \frac{x'}{l},$
$\varrho_2(\xi) = \frac{1}{2}(2 - 3\xi^2 + \xi^3),$
$\varrho_3(\xi) = \frac{1}{2}(2 - 3\xi + \xi^3).$

Lp.	V_{ik}^0	M_{ik}^0	schemat	V_{ki}^0
1	$-P\varrho_2(\xi)$	$-Pl\omega_2(\xi)$		$-P\varrho_3(\xi')$
2	$-\frac{11}{16}P$	$-\frac{3}{16}Pl$		$-\frac{5}{16}P$
3	$-\frac{P}{2}(2 + 3\xi\xi')$	$-\frac{3}{2}Pl\xi\xi'$		$-\frac{P}{2}(2 - 3\xi\xi')$
4	$-\frac{5n^2 - 4n - 1}{8n}P$	$-\frac{n^2 - 1}{n}\frac{Pl}{8}$		$-\frac{3n^2 - 4n + 1}{8n}P$
5	$-\frac{10n^2 + 1}{16n}P$	$-\frac{2n^2 + 1}{2n}\frac{Pl}{8}$		$-\frac{6n^2 - 1}{16n}P$
6	$\frac{3}{2}\frac{M}{l}\xi(2 - \xi)$	$\frac{M}{2}(1 - 3\xi'^2)$		$-\frac{3}{2}\frac{M}{l}\xi(2 - 3\xi)$
7	$-\frac{5}{8}pl$	$-\frac{pl^2}{8}$		$-\frac{3}{8}pl$

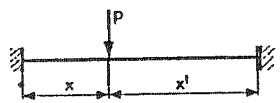
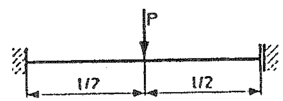
Tablica 4-2 cd.

Lp.	V_{ik}^0	M_{ik}^0	schemat	V_{ki}^0
8	$-\frac{pc}{8}(8 - 4\gamma^2 + \gamma^3)$	$-\frac{pc^2}{8}(2 - \gamma)^2$		$-\frac{pc}{8}\gamma^2(4 - \gamma)$
9	$-\frac{pc}{8}\gamma(6 - \gamma^2)$	$-\frac{pc^2}{8}(2 - \gamma^2)$		$-\frac{pc}{8}(8 - 6\gamma + \gamma^3)$
10	$-\frac{9}{40}pl$	$-\frac{7}{120}pl^2$		$-\frac{11}{40}pl$
11	$-\frac{2}{5}pl$	$-\frac{pl^2}{15}$		$-\frac{pl}{10}$
12	$-\frac{21}{64}pl$	$-\frac{5}{64}pl^2$		$-\frac{11}{64}pl$
13	$-\frac{3}{2}EJ\frac{\alpha_t\Delta t}{hl}$	$-\frac{3}{2}EJ\frac{\alpha_t\Delta t}{h}$	różnica temperatur $t_d - t_g = \Delta t$	$\frac{3}{2}EJ\frac{\alpha_t\Delta t}{hl}$

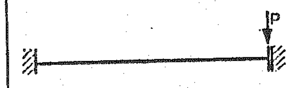
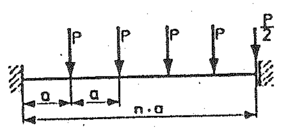
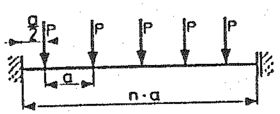
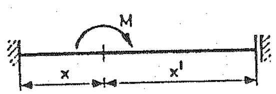
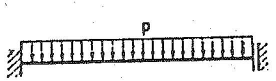
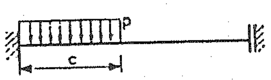
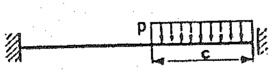
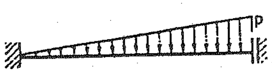
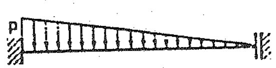
Tablica 4-3



$\xi = \frac{x}{l} \quad \xi' = 1 - \xi = \frac{x'}{l}$
$\gamma = \frac{c}{l}$

Lp.	V_{ik}^0	M_{ik}^0	schemat	M_{ki}^0
1	$-P$	$-\frac{Pl}{2}\xi(2 - \xi)$		$-\frac{Pl}{2}\xi^2$
2	$-P$	$-\frac{3}{8}Pl$		$-\frac{Pl}{8}$

Tablica 4-3 cd.

Lp.	V_{ik}^0	M_{ik}^0	schemat	M_{ki}^0
3	$-P$	$-\frac{PL}{2}$		$-\frac{Pl}{2}$
4	$-\frac{2n-1}{2}P$	$-\frac{(4n^2-1)}{n}\frac{Pl}{12}$		$-\frac{(2n^2+1)}{n}\frac{Pl}{12}$
5	$-nP$	$-\frac{(8n^2+1)}{2n}\frac{Pl}{12}$		$-\frac{(4n^2-1)}{2n}\frac{Pl}{12}$
6	0	$-M\xi'$		$-M\xi$
7	$-pl$	$-\frac{pl^2}{3}$		$-\frac{pl^2}{6}$
8	$-pc$	$-\frac{pc^2}{6}(3-\gamma)$		$-\frac{pc^2}{6}\gamma$
9	$-pc$	$-\frac{pl^2}{6}\gamma(3-\gamma^2)$		$-\frac{pl^2}{6}\gamma(3-3\gamma+\gamma^2)$
10	$-\frac{pl}{2}$	$-\frac{5}{24}pl^2$		$-\frac{pl^2}{8}$
11	$-\frac{pl}{2}$	$-\frac{pl^2}{8}$		$-\frac{pl^2}{24}$
12	0	$-EJ\frac{\alpha_t \Delta t}{h}$	różnica temperatur $t_d - t_g = \Delta t$	$EJ\frac{\alpha_t \Delta t}{hl}$

Tak więc pole przemieszczeń $v(x)$ pręta nie obciążonego na długości i obustronnie utwierdzonego określimy wzorem

$$v(x) = [\varrho_1(\xi)\ \omega_1(\xi)l\ \varrho_1(\xi')\ -\omega_1(\xi')l] \begin{bmatrix} v_i \\ \varphi_i \\ v_k \\ \varphi_k \end{bmatrix}. \tag{4-28}$$

Podobna zależność dla pręta jednostronnie utwierdzonego (rys. 4-5b) brzmi

$$v(x) = [\varrho_2(\xi)\ \omega_2(\xi)l\ \varrho_3(\xi')] \begin{bmatrix} v_i \\ \varphi_i \\ v_k \end{bmatrix}, \tag{4-29}$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \omega_2(\xi) &= \frac{1}{2}\xi\xi'(2-\xi), \\ \varrho_2(\xi) &= \frac{1}{2}\xi'(3-\xi'^2), \\ \varrho_3(\xi') &= \frac{1}{2}\xi^2(3-\xi). \end{aligned} \tag{4-30}$$

Funkcje ω i ϱ mają zastosowanie przy wyznaczaniu linii wpływu (por. p. 4.2.6). Występują one też we wzorach na siły wyjściowe w tabl. 4-1 i 4-2.

4.2.3. Równania kanoniczne

Jak już wspomnieliśmy, równania kanoniczne metody przemieszczeń są równaniami równowagi węzłów. Można je też interpretować jako warunki zerowania się reakcji w dodatkowo wprowadzonych więzach przekształcających rozpatrywaną konstrukcję w układ geometrycznie wyznaczalny. Wielkościami niewiadomymi są uogólnione przemieszczenia węzłów. Współczynnikami przy niewiadomych rozpatrywanego układu są reakcje więzów w układzie podstawowym wywołane jednostkowymi, kolejno narzuconymi przemieszczeniami węzłów. Reakcje więzów obliczamy na podstawie sił przekrojowych występujących w przywęzłowych przekrojach elementów, zdeformowanych w trakcie wspomnianych wymuszeń geometrycznych. Siły przekrojowe określamy ze wzorów transformacyjnych. Należy jednak pamiętać, że wzory te wiążą siły i przemieszczenia odniesione do układu współrzędnych związanego z danym elementem. Układy takie, różne dla poszczególnych elementów, nie są na ogół zgodne z układem współrzędnych, do którego odnoszone są przemieszczenia węzłów.

Ważnym zagadnieniem, które się tu wyłania, jest uzależnienie przesuwów przekrojów przywęzłowych elementów od przyjętych niezależnych przesuwów Δ_i. Problem ten zilustrujemy poniższym przykładem. Przedtem jednak podamy, że dla ustroju g-krotnie geometrycznie niewyznaczalnego układ równań kanonicznych zapiszemy zwięźle

$$Kq + K^P = 0, \tag{4-31}$$