

PODSTAWY RACHUNKU WSPÓŁRZĘDNYCH

TEORIA

Jednostki miar stosowane w geodezji

Jednostki liniowe				Jednostki katowe			
nazwa	mnożnik metra	skrót	miara	kąt pełny	jednostka	podział na mniejsze części	
kilometr	$10^3 = 1000$	km	stopniowa	360°	stopień [°]	1° = 60' = 3600"	
hektometr	$10^2 = 100$	hm			minuta [']	1' = 60" = 1°/60 = 60"	
metr	1	m			sekunda ["]	1" = 1'/60 = 1°/3600	
decymetr	$10^{-1} = 0.1$	dm	gradowa	400 ^g	grad [°]	1 ^g = 100 ^{cc} = 10 000 ^{cc}	
centymetr	$10^{-2} = 0.01$	cm			centygrad [c]	1 ^c = 100 ^{cc} = 1°/100 = 0.001 ^g	
milimetr	$10^{-3} = 0.001$	mm			decymiligrad [cc]	1 ^{cc} = 1 ^g /10 000 = 0.0001 ^g	
Uwaga: poprawny zapis wartości katowych miary stopniowej (minuty i sekundy) oraz miary gradowej (centygrady i decymiligrady) musi być dwucyfrowy . Błędny zapisem jest 135°1'22 ^{cc} , powinno być 135°01'22 ^{cc} .							
Jednostki powierzchni			łukowa	2π	radian (p, rad)	stosunek długości łuku (l) odciętego przez ramiona kąta do długości promienia (r) tego łuku, czyli $\hat{\alpha} = \frac{l}{r}$	
			Przeliczenie miar katowych – z proporcji:				
			$360^\circ = 400^g = 2\pi$ $\alpha^\circ - \alpha^g - \hat{\alpha}$ Przy przeliczaniu kątów w mierze stopniowej, należy stosować zapis dziesiętny stopni.				
			stopnie > grady $\alpha^g = \frac{400}{360} \cdot \alpha^\circ = \frac{10}{9} \cdot \alpha^\circ$ grady > radiany $\hat{\alpha} = \frac{2\pi}{400} \cdot \alpha^g = \frac{\pi}{200} \cdot \alpha^g$				

Ogólne zasady wykonywania obliczeń w pracach geodezyjnych

- Wyniki pomiarów powinny zawierać cyfry znaczące i zera występujące na końcu liczby, określające rząd wielkości i dokładności.
- W obliczeniach geodezyjnych należy stosować reguły rachunkowe Bradisa-Kryłowa.

Zasady obliczeń rachunkowych Bradisa-Kryłowa

Zasada	Przykład
Cyfrы znaczące liczby to liczby, z wyjątkiem zer położonych na lewo od pierwszej różnej od zera cyfry	0.0013; 10.0910; 500; 0.0100000
Wynik dodawania i odejmowania zachowuje „ilość” znaków dziesiętnych liczby o najmniejszej „ilości” cyfr dziesiętnych.	$2.44 + 3.2 + 8.9991 = 14.6391 \approx 14.6$
Wynik mnożenia i dzielenia zachowuje „ilość” cyfr znaczących liczby o najmniejszej „ilości” cyfr znaczących.	$0.0102 \cdot 1234 = 12.5868 \approx 12.6$
Wynik potęgi do kwadratu i sześciannu, zachowuje „ilość” cyfr znaczących liczby potęgowanej.	$4.5^2 = 20.25 \approx 20$
Wynik pierwiastka kwadratowego, zachowuje „ilość” cyfr znaczących liczby pierwiastkowanej.	$\sqrt{0.786} = 0.88656641... \approx 0.887$
Wyniki obliczeń pośrednich zawierają jedną liczbę więcej, aniżeli wcześniejsze reguły.	

Uwaga: Nawet jeżeli na kolejnych miejscach dziesiętnych występują same zera należy zapisać ich tyle, ile winno być cyfr znaczących.

Zaokrąglenia liczb

cyfra odrzucana jest większa od 5 to zwiększamy o 1	$44.261 \approx 44.3$
cyfra odrzucana jest mniejsza od 5 to zostawiamy bez zmian	$44.245 \approx 44.2$
cyfra odrzucana jest równa 5:	
liczba po niej jest różna od zera to zwiększamy o 1	$44.251 \approx 44.3$
brak liczby po niej i pozostawiana jest parzysta to zostawiamy bez zmian	$4.25 \approx 4.2$
brak liczby po niej i pozostawiana jest nieparzysta to zwiększamy o 1	$4.15 \approx 4.2$

Geodezyjny układ współrzędnych

Układ współrzędnych prostokątnych płaskich stosowany w geodezji jest odmienny od układu matematycznego – odwrotne ustawienie osi X (skierowana jest ku górze i identyfikowana z kierunkiem północy) i osi Y, oraz prawoskrętny kierunek liczenia kątów (zgodny z ruchem wskazówek zegara). Mimo różnic wszystkie wzory stosowane w matematyce obowiązują także w układzie geodezyjnym.

Współrzędne prostokątne punktu B (X_B, Y_B) są to odległości (podawane w metrach) rzutu punktu na płaszczyźnie osi X i Y.

W Polsce obowiązującym układem współrzędnych prostokątnych płaskich jest układ **PL-2000**, który dzieli obszar Polski na 4 pasy południkowe o rozciągłości równej 3° każdy, o południkach osiowych 15°E, 18°E, 21°E i 24°E, oznaczone kolejnymi numerami 5, 6, 7 oraz 8. Punkt położony w danej strefie cechuje się tym, że pierwsza cyfra współrzędnej Y jest numerem strefy.

Zgodnie z powyższą zasadą centroid budynku WBiA (5678844.00, 8398598.68) jest zlokalizowany w strefie 8.

Obliczenia w układzie współrzędnych prostokątnych płaskich

Azymut odcinka AB jest kątem między kierunkiem północy z punktu A a kierunkiem na punkt B, mierzony zgodnie z ruchem wskazówek.

relacja przestrzenna między parą punktów

$$\Delta X_{AB} = X_B - X_A$$

$$\Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A$$

długość odcinka

$$d_{AB} = \sqrt{\Delta X_{AB}^2 + \Delta Y_{AB}^2}$$

kąt

$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta X_{CL} \cdot \Delta Y_{CP} - \Delta X_{CP} \cdot \Delta Y_{CL}}{\Delta X_{CL} \cdot \Delta X_{CP} + \Delta Y_{CP} \cdot \Delta Y_{CL}} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = \frac{d_{CL}^2 + d_{CP}^2 - d_{LP}^2}{2 \cdot d_{CL} \cdot d_{CP}}$$

gdzie:
 C – punkt centralny,
 L – punkt po lewej stronie kąta,
 P – punkt po prawej stronie kąta

$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta X_{AB} \cdot \Delta Y_{AC} - \Delta X_{AC} \cdot \Delta Y_{AB}}{\Delta X_{AB} \cdot \Delta X_{AC} + \Delta Y_{AC} \cdot \Delta Y_{AB}} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = \frac{d_{AB}^2 + d_{AC}^2 - d_{BC}^2}{2 \cdot d_{AB} \cdot d_{AC}}$$

(twierdzenie cosinusów (Carnota))

PRAKTYKA

ZADANIE 1

PRACE RACHUNKOWE – Ręczne obliczenia

Znając współrzędne punktów granicznych działki 136/6. Obliczyć ręcznie:

- długości boków działki,
- obwód działki,
- kąt z wierzchołkiem w punkcie 7439.

Numer punktu	Współrzędne prostokątne płaskie	
	X [m]	Y [m]
7515	5678850.00	7398550.00
7516	5678842.00	7398603.00
7517	5678873.50	7398603.00
7439	5678879.00	7398555.30

ZADANIE 2

PRACE RACHUNKOWE – Obliczenia w programie WinKalk

Na działce numer 136/3 zaprojektowano budynek. Jego usytuowanie zostało wstępnie określone i naszkicowane za pomocą domiarów prostokątnych.

Podczas wizji terenowej na działce projektant stwierdził występowanie trzech dużych drzew.

Geodeta pomierzył drzewa i podał ich współrzędne [P1, P2], natomiast trzecie drzewo zostało pomierzone na podstawie dwóch długości od punktów granicznych działki [P3].

Na podstawie współrzędnych i szkicu obliczyć:

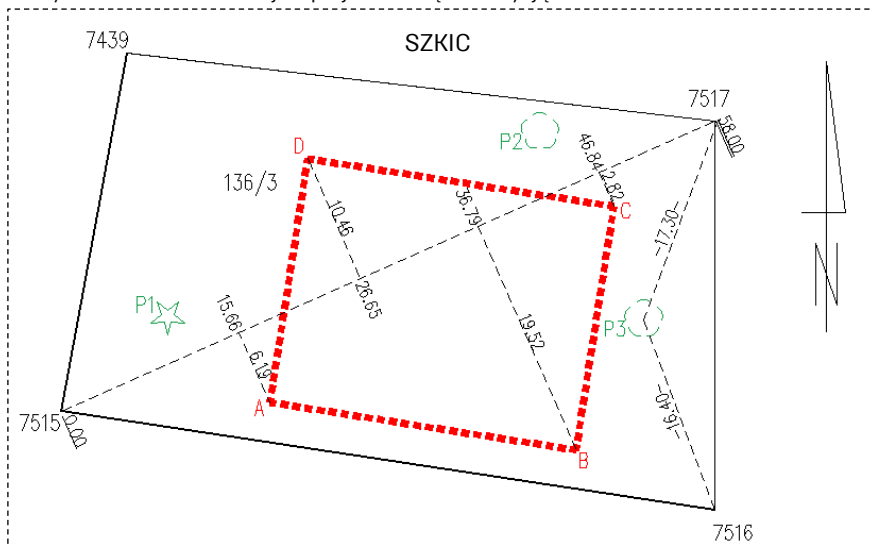
- pole powierzchni działki (w m² i ha),
- współrzędne trzeciego drzewa,
- współrzędne rogów budynku projektowanego,
- kąty budynku (w stopniach i gradach).

Numer punktu	Współrzędne prostokątne płaskie	
	X [m]	Y [m]
P1	5678863.76	7398560.23
P2	5678868.00 - NR	7398590.00 - NR

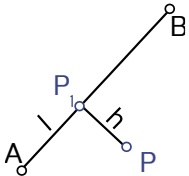
gdzie:

NR = (nr_studenta · nr_grupy) : 10

i odpowiedzieć na pytanie: czy któreś z drzew koliduje z projektowaną inwestycją?



Punkt posiłkowy na domiarze prostokątnym



l – odcięta,
h – rzędna

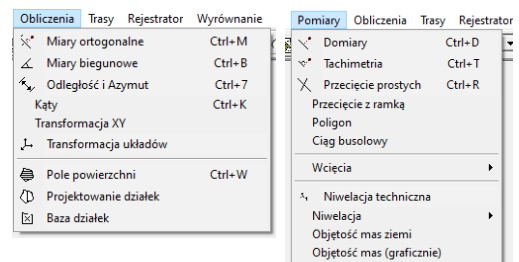
Domiarzy obliczane są w dwóch położeniach rzędnej względem boku osnowy pomiarowej AB.

Po prawej stronie są dodatnie wartości, a po lewej ujemne.

Program WinKalk



- szkic (przedstawienie wyników w formie graficznej)
- oblicz (wykonanie obliczeń, po wprowadzeniu danych)
- tabela punktów
- ustawienia (opcje dotyczące programu, jednostek, szkiców etc.)



Funkcje w programie WinKalk:

- dodawanie współrzędnych punktów (ręcznie)
 - import współrzędnych z pliku tekstowego
 - obliczenie pola powierzchni
 - obliczenie domiarów prostokątnych
 - obliczenie kąta
 - obliczenie wcięcia liniowego
- Punkty -> Wpis (Ctrl + E)*
Punkty -> Import -> Tekstowy
Obliczenia -> Pole Powierzchni (Ctrl + W)
Pomiary -> Domiary (Ctrl + D)
Obliczenia -> Kąty (Ctrl + K)
Pomiary -> Wcięcia -> Liniowe

ZALICZENIE TEMATU

ZALICZENIE w 1 terminie – wykonanie zadań na zajęciach

ZALICZENIE w 2 i 3 terminie - nie wykonanie zadań na zajęciach skutkuje odrobieniem zajęć poprzez samodzielne wykonanie wszystkich obliczeń i przekazania ich w formie sprawozdania prowadzącemu zajęcia.